

## Rozdział 8

# Macierz rozproszenia w łączy optycznym

### 8.1. Uwagi o macierzy rozproszenia

Teoria obwodów elektrycznych rozwinęła cały szereg macierzowych form opisu właściwości wielowrotowych struktur obwodowych. Większość z nich wykorzystuje pojęcia impedancji i admitancji (np. popularne macierze  $[Z]$  i  $[Y]$ ). Pojęcia impedancji i admitancji wymagają zaś zdefiniowania takich wielkości, jak prąd i napięcie, co dla przewodnic falowych typu TEM nie jest problemem, ale dla innych typów nie jest zabiegiem jednoznacznym. Macierze rozproszenia są jedną z uniwersalnych, typową dla techniki mikrofalowej, form opisu własności wielowrotników. Występujące w tych macierzach współczynniki wiążą ze sobą amplitudy fal propagowanych w przewodnicach falowych połączonych z opisywanym obwodem. Amplitudy te związane są w prosty sposób z mocami niesionymi przez te fale. Tak więc współczynniki macierzy rozproszenia mają prostą interpretację fizyczną, są bezpośrednio związane z takimi parametrami, jak rozkłady napięć i prądów czy też mocami fal, rozchodzących się w przewodnicach dołączonych do dwuwrotnika. Poza tym współczynniki macierzy rozproszenia można łatwo i bezpośrednio (w przeciwieństwie np. do impedancji) zmierzyć.

Przed przystąpieniem do definiowania macierzy rozproszenia analogowego łączy optycznego należy przypomnieć definicję macierzy rozproszenia dwuwrotnika mikrofalowego. Jednoznaczność definicji wymaga akceptacji kilku przesłanek.

- Istotnym założeniem tego prostego opisu jest jednomodowość przewodnic falowych połączonych z dwuwrotnikiem. W przypadku wielomodowości warunki propagacji modów są różne, pojęcie transformacji impedancji traci swą użyteczność, a współczynniki macierzy rozproszenia swą jednoznaczność.
- Kolejną przesłanką jest liniowość obwodu, co w tym przypadku oznacza konieczność spełnienia zasady superpozycji. Zasada ta mówi, że jeśli w obwodzie pojawi się pobudzenie  $x_1$  (prąd lub napięcie), to wymusi ono reakcję  $F(x_1)$  (napięcie lub prąd). Gdy pojawi się pobudzenie  $x_2$ , to reakcja równa będzie  $F(x_2)$ . Gdy pojawią się oba pobudzenia równocześnie, to reakcja będzie sumą odpowiedzi na każde z wymuszeń z osobna, co zapisać można zależnością (8-1):

$$F(x_1 + x_2 + \dots) = F(x_1) + F(x_2) + \dots; \quad (8-1)$$

- Rozważane są sygnały harmonicznymie zmienne w czasie, o dokładnie takiej samej pulsacji.

Założenie liniowości wymaga dodatkowego uzupełnienia. Zasada superpozycji może być zapisana w nieco innej postaci (8-2), gdy funkcja  $F(x)$  opisująca zachowanie obwodu jest funkcją jednorodną ( $a_1, a_2, \dots$ , są wielkościami skalarnymi).

$$F(a_1x_1 + a_2x_2 + \dots) = a_1F(x_1) + a_2F(x_2) + \dots; \quad (8-2)$$

W wielu obwodach elektrycznych elementami składowymi są przyrządy półprzewodnikowe: tranzystory, diody Schottky'ego, diody waraktorowe. Elementy te są z natury rzeczy nieliniowe. Jednakże przy pracy małymi sygnałami założenie liniowości, a więc spełnienia zasady superpozycji (8-1), może być utrzymane. Wzmacniacz mikrofalowy dla małych sygnałów można opisać macierzą rozproszenia.

Zanim zdefiniowana zostanie macierz rozproszenia analogowego łącza optycznego zaprezentowana będzie macierz rozproszenia liniowego obwodu mikrofalowego, a następnie macierz rozproszenia mieszacza mikrofalowego, przyrządu wykorzystującego właściwości elementów nieliniowych. Dopiero wtedy przejdziemy na pole fotoniki mikrofalowej. Zastosowanie formalizmu macierzy rozproszenia do opisu właściwości analogowych łączy optycznych wymaga oczywiście złagodzenia wymienionych wyżej założeń. W rezultacie maleje pole zastosowań tej formy opisu właściwości łączy. Jednak szereg efektów może być w ten sposób poddanych analizie i wyjaśnionych.

## 8.2. Macierz rozproszenia obwodów mikrofalowych

### 8.2.1. Założenia

Na rys. 8.1A pokazano dwuwrotnik mikrofalowy jako obwód elektryczny połączony z dwiema, często różnymi przewodnicami mikrofalowymi o impedancjach charakterystycznych  $Z_{01}$  i  $Z_{02}$ . W jednorodnych przewodnicach prowadzących do obszaru nieciągłości wybrano dwie płaszczyzny odniesienia  $T_1$  i  $T_2$ . W płaszczyznach tych określono zespolone amplitudy prądów  $I_1, I_2$  oraz napięć  $U_1, U_2$ . W oparciu o te oznaczenia można zdefiniować macierze  $[Z]$  i  $[Y]$  dwuwrotnika. Aby określić zależności, na podstawie których wprowadzimy macierz rozproszenia, do oznaczeń prądów i napięć dodano nowe. Są to zespolone amplitudy fal padających  $U_{p1}, U_{p2}$  i odbitych  $U_{w1}, U_{w2}$ . W obu przewodnicach rozchodzą się fale padające i odbite zgodnie z równaniem linii długiej:

$$\begin{aligned} U_1(z_1) &= U_{p1}e^{\gamma z_1} + U_{w1}e^{-\gamma z_1}; \\ U_2(z_2) &= U_{p2}e^{\gamma z_2} + U_{w2}e^{-\gamma z_2}; \end{aligned} \quad (8-3)$$

W zależnościach powyższych  $\gamma$  jest zespoloną stałą propagacji:

$$\gamma = \alpha + j\beta; \quad (8-4)$$

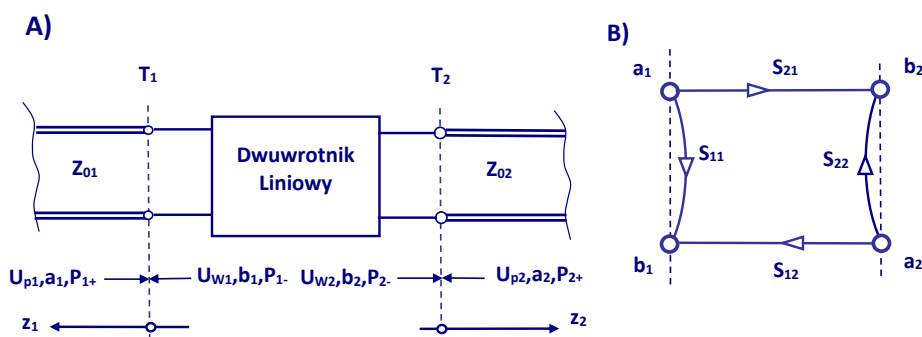
Jeśli odcinki przewodnic falowych nie są długie, to efekty tłumienia można pominąć i wtedy można korzystać z zależności (8-5).

$$\begin{aligned}
 U_1(z_1) &= U_{p1}e^{j\beta z_1} + U_{w1}e^{-j\beta z_1}; \\
 U_2(z_2) &= U_{p2}e^{j\beta z_2} + U_{w2}e^{-j\beta z_2};
 \end{aligned}
 \tag{8-5}$$

Zespolone amplitudy fal padających  $U_{p1}$ ,  $U_{p2}$  i odbitych  $U_{w1}$ ,  $U_{w2}$  można normalizować w stosunku do impedancji charakterystycznych w sposób opisany równaniami (8-6):

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{U_{p1}}{\sqrt{Z_{01}}}; & a_2 &= \frac{U_{p2}}{\sqrt{Z_{02}}} \\
 b_1 &= \frac{U_{w1}}{\sqrt{Z_{01}}}; & b_2 &= \frac{U_{w2}}{\sqrt{Z_{02}}}
 \end{aligned}
 \tag{8-6}$$

Nowe wielkości  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  i  $b_2$  nazywane są znormalizowanymi, zespolonymi amplitudami napięć fal dobiegających i odbiegających od dwuwrotnika. Normalizacja w tym momencie wydaje się być zabiegiem sztucznym, jednakże w pełni uzasadnionym, gdyż w konsekwencji pozwala odróżnić transformator od wzmacniacza.



**Rys. 8.1.** Dwuwrotnik mikrofalowy i jego macierz rozproszenia. A) Oznaczenia zespolonych amplitud napięć i mocy fal rozchodzących się w obu przewodnicach. B) Graf przepływu sygnałów dwuwrotnika mikrofalowego.

Amplitudy fal padających  $U_{p1}$ ,  $U_{p2}$  i odbitych  $U_{w1}$ ,  $U_{w2}$  związane są prostymi zależnościami (8-7) z mocami fal padających i odbitych w przewodnicach połączonych z dwuwrotnikiem.

$$\begin{aligned}
 P_{1+} &= \frac{|U_{p1}|^2}{2Z_{01}} = \frac{|a_1|^2}{2}; & P_{2+} &= \frac{|U_{p2}|^2}{2Z_{02}} = \frac{|a_2|^2}{2}; \\
 P_{1-} &= \frac{|U_{w1}|^2}{2Z_{01}} = \frac{|b_1|^2}{2}; & P_{2-} &= \frac{|U_{w2}|^2}{2Z_{02}} = \frac{|b_2|^2}{2}
 \end{aligned}
 \tag{8-7}$$

Przyjęcie normalizacji opisanej zależnościami (8-6) usuwa impedancje charakterystyczne  $Z_{01}$  i  $Z_{02}$  z zależności (8-7) opisujących moc.

### 8.2.2. Definicja macierzy rozproszenia

Amplitudy  $b_1$  i  $b_2$  związane są z amplitudami  $a_1$  i  $a_2$  równaniami definicyjnymi:

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2; \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2; \end{aligned} \quad (8-8)$$

Wprowadzone do powyższych równań cztery współczynniki  $S_{11}, \dots, S_{22}$  nazywane są współczynnikami rozproszenia. Równania powyższe można zapisać w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \quad (8-9)$$

Cztery zespolone, bezwymiarowe współczynniki  $S_{11}, \dots, S_{22}$  tworzą kwadratową macierz rozproszenia  $[S]$ .

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}; \quad (8-10)$$

Graf przepływu sygnałów dwuwrotnika ze współczynnikami macierzy rozproszenia pokazano na rys. 8.1B. Jest to graficzny zapis równań (8-8).

Współczynniki  $S_{11}$  i  $S_{22}$  macierzy  $[S]$  nazywane są reflektancjami, bo opisują efekty odbić. Natomiast współczynniki  $S_{12}$  i  $S_{21}$  to transmitancje, gdyż przedstawiają transmisję sygnału przez dwuwrotnik. Współczynniki macierzy rozproszenia mają prostą interpretację fizyczną. Przyjmując najpierw, że  $a_2 = 0$ , można z równania (8-8) wyznaczyć wartość reflektancji  $S_{11}$ :

$$S_{11} = \Gamma_1 |_{a_2=0} = \frac{b_1}{a_1}; \quad (8-11)$$

Równanie (8-11) interpretowane jest w taki sposób, że  $S_{11}$  jest współczynnikiem odbicia widzianym w tych warunkach w płaszczyźnie  $T_1$ , co tłumaczy nazwę współczynnika: reflektancja. Ponadto  $S_{11}$  pozwala obliczyć moc odbitą od dwuwrotnika:

$$P_{1-} = P_{1+} |S_{11}|^2; \quad (8-12)$$

Współczynnik  $S_{12}$  – transmitancja – pozwala obliczyć część mocy, która przejdzie do obciążenia umieszczonego we wrotach wyjściowych:

$$P_{2-} = P_{1+} |S_{21}|^2; \quad (8-13)$$

W podobny sposób, przyjmując, że  $a_1 = 0$ , można znaleźć, że współczynnik odbicia widziany we wrotach wyjściowych równy jest  $S_{22}$ , a  $S_{12}$  określa transmisję mocy do wrót wejściowych.

### 8.2.3. Własności macierzy rozproszenia

Ważną właściwością pewnej klasy dwuwrotników jest ich odwracalność. Dwuwrotnik jest odwracalny, jeżeli  $S_{12} = S_{21}$ . Kolejną ważną grupą w klasie dwuwrotników odwracalnych

są dwuwrotniki bezstratne. Dla dwuwrotników bezstratnych współczynniki macierzy  $[S]$  związane są następująco:

$$1 = |S_{22}|^2 + |S_{12}|^2;$$

$$|S_{11}| = |S_{22}|;$$
(8-14)

$$\phi_{11} + \phi_{22} - 2\phi_{12} = \pm\pi;$$

W zależności powyższej kąty  $\phi_{11}$ ,  $\phi_{22}$  i  $\phi_{12}$  są argumentami współczynników  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  i  $S_{12}$ . Dodajmy jeszcze jedną właściwość macierzy rozproszenia: jest ona unitarna, to znaczy:

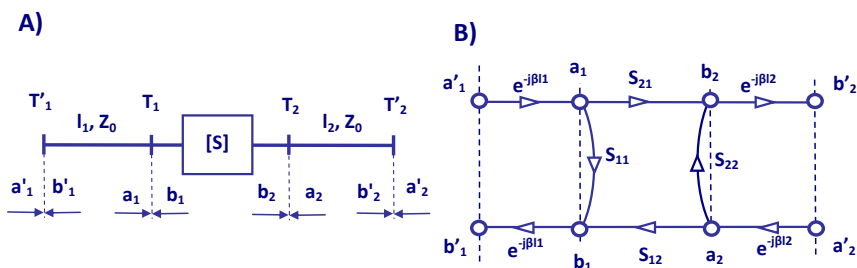
$$[S][S^*] = 1;$$
(8-15)

W ogólnym przypadku dwuwrotnik opisany jest 4 liczbami zespolonymi, a więc 8 parametrami. W szczególnych przypadkach liczba niezależnych parametrów maleje. W tabeli 8.1. zestawiono wszystkie przypadki.

**Tabela 8.1.** Niezależne parametry dwuwrotnika w zależności od jego właściwości

Typ dwuwrotnika	Parametry niezależne
Dwuwrotnik	$ S_{11} ,  S_{12} ,  S_{21} ,  S_{22} , \phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{21}, \phi_{22}$
Dwuwrotnik odwracalny	$ S_{11} ,  S_{12} ,  S_{22} , \phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{22}$
Dwuwrotnik odwracalny i bezstratny	$ S_{11} ,  S_{12} , \phi_{11}$

Zgodnie z oznaczeniami z rys. 8.1 w przewodnicach falowych, którymi dociera sygnał do obwodu dwuwrotnika, określono położenia dwóch płaszczyzn odniesienia  $T_1$  i  $T_2$ . Położenia te mają istotny wpływ na wartości współczynników macierzy dwuwrotnika. Aby ocenić wpływ zmiany położenia płaszczyzn odniesienia na wartości współczynników macierzy  $[S]$ , przeanalizujemy obwód pokazany na rys. 8.2A.



**Rys. 8.2.** Badanie wpływu położenia płaszczyzn odniesienia na wartości współczynników macierzy rozproszenia. A) Dwuwrotnik z określonymi płaszczyznami odniesienia przed i po przesunięciu. B) Graf przepływu sygnału dwuwrotnika z transmitancjami obu odcinków  $l_1$  i  $l_2$  przewodnic.

Dla dwuwrotnika ograniczonego płaszczyznami  $T_1$  i  $T_2$  znaleziono macierz rozproszenia  $[S]$ . Należy określić wartości współczynników macierzy rozproszenia po przesunięciu płaszczyzn odniesienia do położeń  $T'_1$  i  $T'_2$ . Założono, że impedancje charakterystyczne obu przewodnic są jednakowe i równe  $Z_0$ , ich stałe fazowe wynoszą  $\beta$ , a płaszczyzny przesunięto fizycznie o długości  $l_1$  i  $l_2$ .

Odcinek bezstratnej przewodnicy falowej umieszczony między przewodnicami falowymi o takich samych parametrach jest dwuwrotnikiem bezstratnym, nie wprowadza żadnych odbić, a transmisja sygnału powoduje jego opóźnienie fazowe o  $\beta l$ . Obecność dodatkowych odcinków przewodnic falowych pokazano w grafie przepływu sygnału na rys. 8.2B. Na podstawie grafu łatwo obliczyć współczynniki macierzy  $[S']$  określonej między nowymi płaszczyznami  $T'_1$  i  $T'_2$ .

$$\begin{aligned} S'_{11} &= S_{11}e^{-2\beta l_1}; & S'_{22} &= S_{22}e^{-2\beta l_2} \\ S'_{21} &= S_{21}e^{-\beta(l_1+l_2)}; & S'_{12} &= S_{12}e^{-\beta(l_1+l_2)}; \end{aligned} \quad (8-16)$$

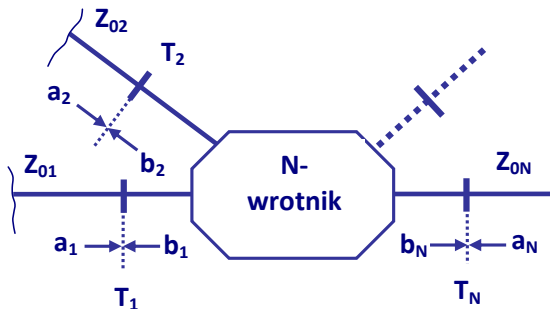
Powyższe zależności pokazują, że przesuwanie płaszczyzn odniesienia w bezstratnych przewodnicach falowych nie zmienia wartości modułów współczynników rozproszenia, a jedynie zmienia ich argumenty.

#### 8.2.4. Macierz rozproszenia wielowrotnika

Macierz rozproszenia można zdefiniować także dla wielowrotnika, w analogiczny, jak dla dwuwrotnika, sposób. Popularnymi wielowrotnikami są sprzęgacze, zwykle czterowrotowe, stosowane zarówno w układach mikrofalowych, jak i optycznych.

Dla pokazanego na rys. 8.3.  $N$ -wrotnika określono w  $N$  przewodnicach prowadzących do obszaru ich połączenia:

- $N$  płaszczyzn odniesienia:  $T_1, T_2, \dots, T_N$ ,
- $N$  unormowanych, zespolonych amplitud fal padających  $a_1, a_2, \dots, a_N$ ,
- $N$  unormowanych, zespolonych amplitud fal odbiegających  $b_1, b_2, \dots, b_N$ .



**Rys. 8.3.** Oznaczenie płaszczyzn odniesienia i znormalizowanych amplitud fal we wrotach  $N$ -wrotnika.

Amplitudy fal padających tworzą kolumnową macierz  $[a]$ , amplitudy fal odbitych tworzą macierz kolumnową  $[b]$ . Obie macierze połączone są zależnością (8-17), definiującą kwadratową macierz rozproszenia  $N$ -wrotnika:

$$[b] = [S][a]; \quad (8-17)$$

Dla  $N$ -wrotnika można napisać  $N$  równań określających amplitudy fal odbiegających w funkcji amplitud fal padających.

$$b_i = \sum_j S_{ij} a_j; \quad (8-18)$$

Współczynniki  $S_{ij}$  macierzy rozproszenia można definiować następująco:

$$S_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_k=0; k \neq j}; \quad (8-19)$$

Macierz  $[S]$  jest macierzą kwadratową o wymiarach  $N \times N$ . Pełny zapis zależności definicyjnej pokazano niżej:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_N \end{bmatrix}; \quad (8-20)$$

Liczba zespolonych współczynników macierzy  $[S]$   $N$ -wrotnika równa jest  $N^2$ , co oznacza  $2N^2$  niezależnych parametrów  $N$ -wrotnika. Gdy  $N$ -wrotnik jest odwracalny jego transmitancje są parami równe sobie:

$$S_{ik} = S_{ki}; \quad (8-21)$$

Biorąc to pod uwagę, liczba niezależnych parametrów wynosi tylko  $N(N+1)$ . Gdy dodatkowo przyjmiemy warunek bezstratności, liczba niezależnych parametrów maleje do  $N(N+1)/2$ .

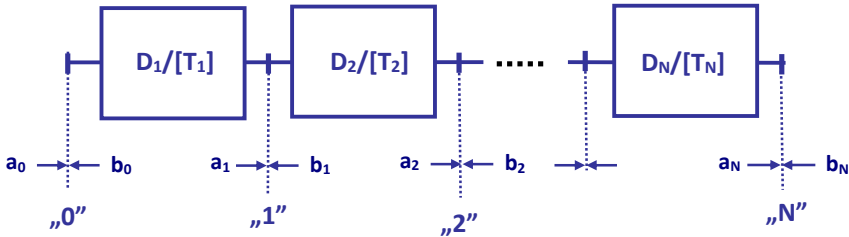
Macierze rozproszenia stały się dominującą formą opisu właściwości i parametrów obwodów i układów mikrofalowych, m.in. tranzystorów, wzmacniaczy, filtrów, sprzęgaczy itd. Jest zrozumiałe, że podjęto próbę wykorzystania tej formy do opisu działania układów optomikrofalowych

### 8.2.5. Macierz transmisyjna

Macierz transmisyjna wiąże ze sobą zespolone i unormowane amplitudy napięć fal rozchodzących się w przewodnicach falowych połączonych z dwuwrotnikiem. Inny dobór par amplitud zmienia charakter uzyskanych zależności. Aby zapoznać się z właściwościami tej macierzy, rozpatrzmy układ  $N$  dwuwrotników połączonych łańcuchowo, jak pokazano na rys. 8.4.

W kolejnych płaszczyznach odniesienia, oznaczonych tutaj jako „0”, „1”, ..., „N” oznaczono symbolami  $a_0, a_1, \dots, a_N$  amplitudy fal biegnących od portu „0” w stronę

dwuwrotnika  $D_N$ . (Uwaga, inaczej niż w przypadku oznaczeń przy definiowaniu macierzy rozproszenia). Amplitudy fal biegnących w przeciwną stronę oznaczono jako  $b_0, b_1, \dots, b_N$ .



**Rys. 8.4.** Łańcuchowe połączenie  $N$  dwuwrotników  $D_1, D_2, \dots, D_N$ , opisanych macierzami transmisyjnymi  $T_1, T_2, \dots, T_N$ .

Przyjmijmy teraz, że port „0” jest wejściowym i chcemy obliczyć amplitudy  $a_1$  i  $b_1$  w funkcji  $a_0$  i  $b_0$ . Otrzymujemy następujący związek:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix}; \quad (8-22)$$

Właściwości dwuwrotnika  $D_1$  opisano tutaj macierzą  $2 \times 2$  nazywaną macierzą transmisyjną  $[T]$ .

Cztery wyrazy macierzy  $[T]$  są bezwymiarowymi liczbami zespolonymi. Można je powiązać z wyrazami macierzy rozproszenia  $[S]$ . Otrzymujemy następujące związki:

$$[T] = \begin{bmatrix} S_{21} - S_{11}S_{22}/S_{12} & S_{22}/S_{12} \\ -S_{11}/S_{12} & 1/S_{12} \end{bmatrix}; \quad (8-23)$$

Zaletą macierzy transmisyjnej jest łatwość obliczania macierzy transmisji sygnału  $[T_{1-N}]$  przez łańcuch połączonych ze sobą  $N$  dwuwrotników.

$$\begin{bmatrix} a_N \\ b_N \end{bmatrix} = [T_{1-N}] \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = [T_1][T_2] \times \dots \times [T_N] \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix}; \quad (8-24)$$

$$[T_{1-N}] = [T_1][T_2] \times \dots \times [T_N];$$

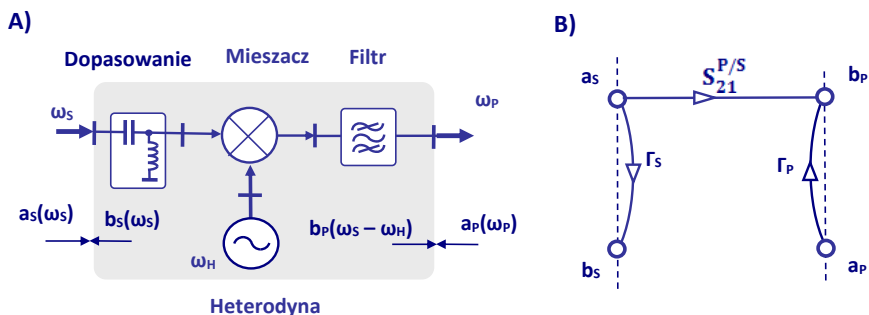
Macierze rozproszenia i transmisyjne opisują ten sam proces transmisji sygnału przez dwuwrotnik. Te pierwsze są częściej wykorzystywane do opisu złożonych układów mikrofalowych. Użycie grafów przepływu sygnału ułatwia interpretację procesów.

## 8.2.6. Macierz rozproszenia mieszacza mikrofalowego

Mieszacze należą do rodziny układów przemiany częstotliwości. Znalazły one szerokie zastosowanie w radiotechnice i technice mikrofalowej. Spotkamy je także w systemach odbioru koherentnego, o czym będzie mowa w kolejnym rozdziale.



Układ przemiany częstotliwości z mieszaczem przedstawiono na rys. 8.5. Kluczowym dla działania układu jest mieszacz zawierający jeden lub więcej nieliniowych elementów półprzewodnikowych.



**Rys. 8.5.** Układ przemiany częstotliwości z mieszaczem, z lokalnym oscylatorem, filtrem i obwodem dopasowującym. A) Oznaczenia zespolonych amplitud we wrotach mieszacza. B) Graf przepływu sygnału mieszacza ze współczynnikami macierzy rozproszenia.

Do wrót wejściowych mieszacza doprowadzono dwa sygnały mikrofalowe: z generatora sygnału o pulsacji  $\omega_S$  i z generatora heterodyny o pulsacji  $\omega_H$ . W sygnale wyjściowym mieszacza pojawia się wiele składowych o częstotliwościach będących liniową kombinacją  $\omega_S$  i  $\omega_H$ , z których filtr wybiera pożądany składnik, w opisywanym przypadku wstęgę dolną o pulsacji  $\omega_P = \omega_S - \omega_H$ . Układ kompletują obwody dopasowujące i sprzęgacze.

W rozdziale 7 w punkcie 7.4.2, przy omawianiu źródeł zniekształceń nieliniowych w łącach analogowych, analizę oparto na zależności (7-58) wiążącej prąd modulacji lasera z prądem fotodiody. Zależność tę można przepisać w postaci (8-25), wiążącej ze sobą napięcie  $v(t)$  i prąd  $i(t)$  elementu nieliniowego pracującego w obwodzie mieszacza.

$$i(t) = k_0 + k_1 v + k_2 v^2 + k_3 v^3 + \dots; \quad (8-25)$$

W analizie przyjmujemy, że napięcie  $v(t)$  panujące na elemencie nieliniowym mieszacza jest sumą napięć  $v_S(t)$  sygnału i  $v_H(t)$  heterodyny, zgodnie z zależnością (8-26). W tym miejscu pominięto zależności fazowe.

$$v(t) = v_S(t) + v_H(t) = A_S \cos(\omega_S t) + A_H \cos(\omega_H t); \quad (8-26)$$

Rezultatem obecności elementu nieliniowego jest pojawienie się w prądzie  $i(t)$  wielu składników o częstotliwościach będących kombinacją  $f_S$  i  $f_H$ . Najważniejszym z punktu widzenia pracy mieszacza jest składnik o częstotliwości pośredniej  $f_P$ . Zależność (7-60) przepisujemy do postaci (8-27), eksponując właśnie ten składnik prądu  $i(t)$ . W tym punkcie nie ma potrzeby prowadzenia dokładnej analizy wszystkich składników prądu płynącego przez element nieliniowy.

$$i(t) = \dots + \frac{1}{2} k_2 A_S A_H \cos[(\omega_S - \omega_H)t] + \dots; \quad (8-27)$$

Odpowiedni układ filtrów mieszacza wybiera ten właśnie składnik sygnału wyjściowego, tłumiąc pozostałe. Aby wyprowadzić związki, które pozwolą zdefiniować współczynniki macierzy rozproszenia, trzeba wprowadzić wielkości fazowe. Napięcia  $v_S(t)$  i  $v_H(t)$  należy wprowadzić do zależności (8-25) w postaci (8-28).

$$\begin{aligned} v_S(t) &= A_S(t) \cos[\omega_S t + \theta_S(t) + \varphi_{0S}]; \\ v_H(t) &= V_H \cos(\omega_H t + \varphi_{0H}); \end{aligned} \quad (8-28)$$

Dobiegający do mieszacza sygnał niesie zwykle informację zapisaną przebiegami amplitudy  $A_S(t)$  i kąta fazowego  $\theta_S(t)$ . Dokładna analiza zależności (8-25) prowadzi do określenia napięcia  $v_P(t)$  w porcie wyjściowym mieszacza, po odfiltrowaniu niepożądanych składników.

$$v_P(t) = \frac{A_S(t)}{\sqrt{L(V_H)}} \cos[(\omega_S - \omega_H)t + \theta(t) + (\varphi_{0S} - \varphi_{0H} + \Delta\varphi)] \quad (8-29)$$

Parametr  $L$  określa straty przemiany mieszacza. Oznacza on, że moc wyjściowa sygnału o pośredniej częstotliwości jest  $L$  razy mniejsza od mocy sygnału doprowadzonego do portu wejściowego.

Przeprowadzona analiza pozwala stwierdzić, że zasada superpozycji (8-1) jest zachowana. Mieszacz, przyrząd, którego działanie oparte jest na wykorzystaniu efektów nieliniowych, jest wzorcowo liniowym przetwornikiem amplitudy i fazy sygnału o jednej częstotliwości na sygnał o innej częstotliwości. Takie przetworzenie sygnału ma miejsce w obecności silnego, sinusoidalnego napięcia heterodyny. Warunkiem liniowego przetworzenia sygnału o amplitudzie jest  $A_S \ll A_H$ . Droga do zdefiniowania macierzy rozproszenia pozostaje otwarta. Należy teraz wprowadzić zespoloną notację amplitud we wrotach mieszacza.

$$\begin{aligned} a_S &= A_S(t) e^{j[\omega_S t + \theta_S(t) + \varphi_{0S}]} \\ b_P &= \frac{A_S(t)}{\sqrt{L(V_H)}} e^{j[\omega_P t + \theta(t) + (\varphi_{0S} - \varphi_{0H} + \Delta\varphi)]} \end{aligned} \quad (8-30)$$

W dobranych płaszczyznach odniesienia oznaczono zespolone amplitudy  $a_S(\omega_S)$  i  $b_S(\omega_S)$  napięć fal o pulsacji  $\omega_S$ , rozchodzących się w przewodnicy wejściowej, oraz przez  $a_P(\omega_P)$  i  $b_P(\omega_P)$  zespolone amplitudami napięć fal o pulsacji  $\omega_P$ . Oznaczone amplitudy połączone są równaniami definicyjnymi:

$$\begin{aligned} b_S(\omega_S) &= S_{11}^S a_S(\omega_S) + S_{12}^{S/P} a_P(\omega_P); \\ b_P(\omega_P) &= S_{21}^{P/S} a_S(\omega_S) + S_{22}^P a_P(\omega_P); \end{aligned} \quad (8-31)$$

Wprowadzając macierze kolumnowe, otrzymujemy inną formę zapisu:

$$\begin{bmatrix} b_S \\ b_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^S & S_{12}^{S/P} \\ S_{21}^{P/S} & S_{22}^P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_S \\ a_P \end{bmatrix}; \quad (8-32)$$

Cztery zespolone współczynniki tworzą macierz rozproszenia  $[S^{S/P}]$  mieszacza. Wszystkie są funkcjami amplitudy  $A_H$  napięcia heterodyny. Odpowiednie analizy znaleźć można w literaturze przedmiotu. Najważniejszym z punktu widzenia funkcjonowania mieszacza jest współczynnik  $S_{21}^{P/S}$ . Wiąże on ze sobą wyjściowy produkt przemiany, jego amplitudę i kąt fazowy, z zespoloną amplitudą sygnału. Można dalej przyjąć, że stan dopasowania wyjściowego sygnału o częstotliwości pośredniej nie wpływa na wartość  $b_S(\omega_S)$ . Można więc napisać:

$$S_{21}^{P/S} = \frac{e^{j\Delta\varphi}}{\sqrt{L}}; \quad S_{12}^{S/P} = 0; \quad (8-33)$$

Oznaczmy dalej refleksje macierzy  $[S^{S/P}]$  jako  $\Gamma_S$  i  $\Gamma_P$ :

$$S_{11}^S = \Gamma_S(\omega_S); \quad S_{22}^P = \Gamma_P(\omega_P); \quad (8-34)$$

Można teraz szukaną macierz  $[S^{S/P}]$  zapisać następująco:

$$[S^{S/P}] = \begin{bmatrix} \Gamma_S & 0 \\ \frac{e^{j\Delta\varphi}}{\sqrt{L}} & \Gamma_P \end{bmatrix}; \quad (8-35)$$

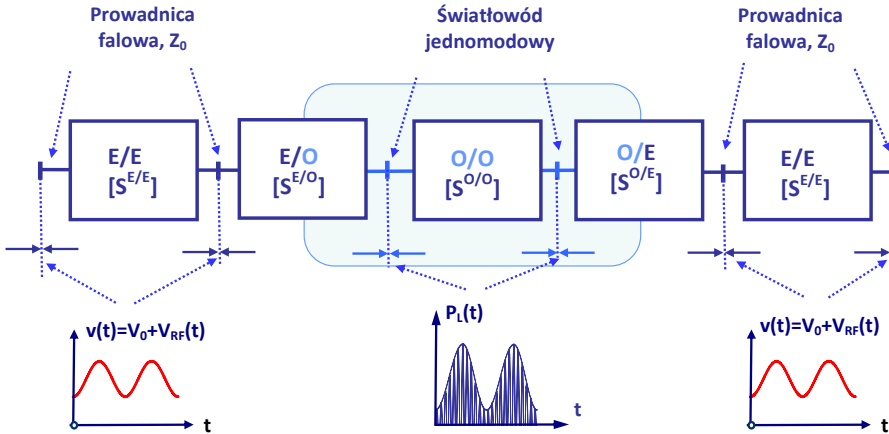
Graf przepływu sygnału przedstawiono na rys. 8.5B. Należy pamiętać, że w układach rzeczywistych w prowadnicach wejściowej i wyjściowej rozchodzą się także fale sygnałów o innych częstotliwościach. Część mocy oscylatora lokalnego pojawi się w obu prowadnicach: wejściowej i wyjściowej. Poza tym pojawiają się składowe stałe i sygnały o częstotliwościach będących wielokrotnościami  $\omega_H$ .

Celem analizy prezentowanej w tym punkcie jest wykazanie, że macierz rozproszenia jest użyteczną i wygodną formą przedstawienia liniowych relacji między sinusoidalnie zmiennymi sygnałami elektrycznymi o różnych częstotliwościach. Warunkiem jest zachowanie liniowych relacji między wielkościami.

## 8.3. Macierz rozproszenia w obwodach łączy optycznego

### 8.3.1. Zasady ogólne

Analogowe łączy optyczne można traktować jako specyficzną prowadnicę falową, którą można przesyłać sygnał mikrofalowy. Z układowego punktu widzenia łączy jest łańcuchem połączonych ze sobą dwuwrotników. Układ ideowy tego połączenia pokazuje rys. 8.6.



**Rys. 8.6.** Schemat ideowy łączy analogowego z trzema rodzajami dwuwrotników: obwody elektryczne oznaczone jako E/E, obwody przetwarzające sygnał elektryczny na optyczny E/O (modulatory), obwody transmisji światłowodowej O/O, obwody przetwarzania sygnałów optycznych na elektryczne O/E (fotodetektory).

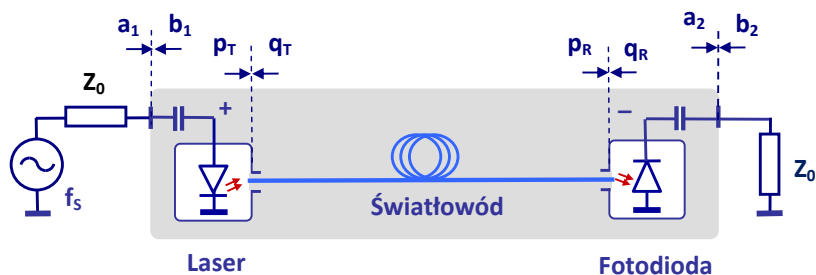
Z funkcjonalnego punktu widzenia łączy jest strukturą o transmisji jednokierunkowej, dwuwrotniki wchodzące w jego skład są – poza światłowodem – nieodwracalne. Można wyróżnić w strukturze łączy cztery rodzaje dwuwrotników.

- Dwuwrotniki oznaczone jako E/E transmitują sygnał elektryczny, najczęściej są to wzmacniacze. Definicja macierzy rozproszenia nie sprawia w tym przypadku problemu.
- Dwuwrotniki E/O są przetwornikami sygnału elektrycznego na optyczny. Są to najczęściej modulatory.
- Dwuwrotniki O/O transmitują sygnał optyczny. W układzie łączy poza światłowodem mogą to być wzmacniacze optyczne, polaryzatory, sprzęgacze, dzielniki mocy, filtry optyczne.
- Dwuwrotniki O/E są przetwornikami sygnałów optycznych na elektryczne. Tego typu obwody wykorzystują fotodiody bądź fototranzystory.

Na rys. 8.6 zaznaczono połączenia dwuwrotników za pomocą przewodnic falowych i za pomocą światłowodów.

Przystępując do zdefiniowania macierzy rozproszenia dla analogowego łączy optycznego, należy mieć na uwadze warunek, że wszystkie opisywane procesy muszą spełniać zasadę superpozycji, aby można było je opisać liniowymi równaniami.

Na rys. 8.7 pokazano najprostszy układ łączy analogowego. Jest to, po pewnych uproszczeniach, powtórzenie układu z rys. 7.2. Jak wtedy wyjaśniono, sygnał mikrofalowy doprowadzony zostaje do lasera półprzewodnikowego, który – odpowiednio spolaryzowany – generuje sygnał optyczny o zmodulowanej mocy. Obwód modułacyjny jest odwzorowaniem sygnału elektrycznego.



**Rys. 8.7.** Analogowe łączy światłowodowe jako łańcuch połączonych dwuwrotników transmitujących sygnał mikrofalowy.

Sygnał optyczny zostaje przesłany do odbiornika z fotodetekтором. Po procesie demodulacji sygnał elektryczny jest odzyskiwany. W punkcie 7.2 dokonano oszacowania wzmocnienia mocy całego procesu, z uwzględnieniem procesu modulacji i demodulacji. Wartość wzmocnienia jest ważną, amplitudową miarą procesów zachodzących w łączy. W wielu przypadkach potrzebna jest także informacja o zależnościach fazowych, aby otrzymać pełny obraz procesu transmisji sygnału mikrofalowego. Informację taką, jak w przypadku wzmacniaczy czy też mieszaczy mikrofalowych, może dać macierz rozproszenia.

Aby zdefiniować macierz rozproszenia łączy analogowego, należy określić położenie płaszczyzn odniesienia. Płaszczyzny te określono we wrotach położonych możliwie najbliżej diody laserowej i fotodetektora. Trzeba także zdefiniować zespolone i znormalizowane amplitudy napięć fal  $a_1$  i  $b_1$  w przewodnicy prowadzącej do lasera i amplitudy  $a_2$  i  $b_2$  w przewodnicy połączonej z fotodetekтором. Zdefiniowane amplitudy związane są ze współczynnikami rozproszenia macierzą zapisaną równością (8-9), identyczną z dwuwrotnikiem mikrofalowym.

### 8.3.2. Macierz rozproszenia lasera modulowanego bezpośrednio

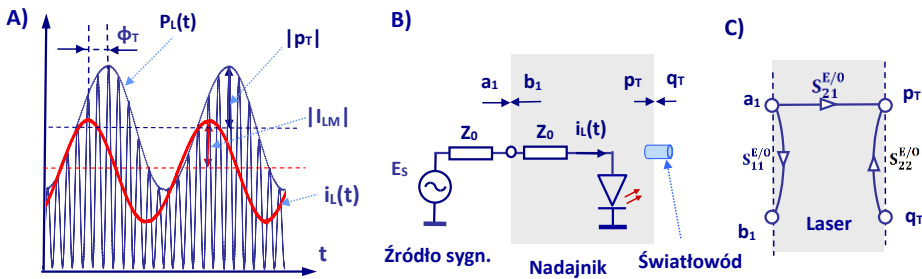
Jak wiemy, łączy analogowe jest szeregowym połączeniem trzech obwodów: nadajnika z laserem, światłowodowej linii transmisyjnej i odbiornika z fotodetekтором. Na rys. 8.8A pokazano przebieg mocy optycznej  $P_L(t)$  w światłowodzie pobudzonym sygnałem optycznym generowanym przez laser. Generacja sygnału optycznego odbywa się w takt prądu  $i_L(t)$  płynącego przez laser. Głębokość modulacji sygnału optycznego związana jest z amplitudą prądu lasera nachyleniem  $S_L$  [W/A] charakterystyki.

Na rys. 8.8A pokazano opóźnienie fazowe obwiedni sygnału optycznego w stosunku do sygnału elektrycznego. Wprowadzenie zespolonej amplitudy  $I_{LM}$  pozwala na zapis przebiegu chwilowej wartości  $i_L(t)$  prądu w następującej postaci:

$$i_L(t) = I_{L0} + \text{Re}\{I_{LM}e^{j\omega_s t}\} = I_{L0} + |I_{LM}|\cos(\omega_s t + \varphi_L); \quad (8-36)$$

Aby określić macierze rozproszenia nadajnika z laserem modulowanym bezpośrednio, należy wprowadzić pojęcie amplitudy sygnału w przypadku, gdy nośnikiem informacji jest sygnał optyczny. Amplitudę taką  $p_T$  wprowadzono do zależności (8-37), aby zapisać wyjściowy sygnał optyczny nadajnika laserowego.

$$P_L(t) = P_{L0} + \operatorname{Re}\{p_T e^{j\omega_s t}\} = P_{L0} + |p_T| \cos(\omega_s t + \varphi_p); \quad (8-37)$$



**Rys. 8.8.** Nadajnik z diodą laserową jako dwuwrotnik. A) Opóźnienie fazowe sygnału optycznego względem elektrycznego. B) Port wejściowy światłowodu i sygnały we wrotach. C) Graf przepływu sygnału nadajnika optycznego.

W poprzednim rozdziale, w punkcie 7.2.2. zdefiniowano ważny parametr lasera, jakim jest nachylenie charakterystyki diody laserowej  $S_L$  [W/A]. Ze wzrostem częstotliwości skuteczność modulacji maleje, sinusoidalna obwódka generowanego sygnału opóźnia się w stosunku do sinusoidy prądu lasera. Należy w takim przypadku wprowadzić zespoloną miarę  $\hat{S}_L$  nachylenia charakterystyki lasera:

$$\hat{S}_L = \frac{p_T}{I_{LM}}; \quad (8-38)$$

Zauważmy też, że zespolona amplituda  $a_1$  na rys. 8.8B reprezentuje fizycznie wzbudzoną falę elektromagnetyczną biegnącą przewodniczą falową do diody laserowej. Natomiast zespolona amplituda  $p_T$  jest formalnym jedynie parametrem, opisującym stan modulacji sygnału optycznego.

Równania, które staną się podstawą zapisu macierzy rozproszenia nadajnika, mają postać (8-39), a graf przepływu sygnału pokazano na rys. 8.8C.

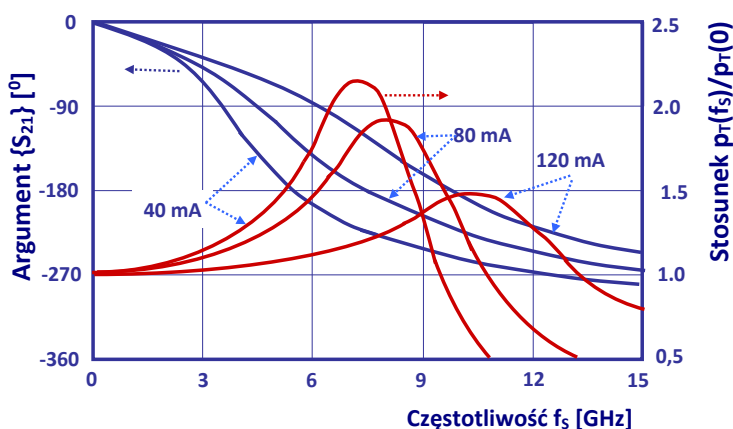
$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}^{E/O} a_1; \\ p_T &= S_{21}^{E/O} a_1 + S_{22}^{E/O} q_T; \end{aligned} \quad (8-39)$$

W pierwszym z równań pominięto składnik amplitudy  $b_1$  zależny od mocy optycznej  $q_T$  powracającej światłowodem do nadajnika. Praktyka pokazuje, że wpływ ten jest niemierzalny. W oparciu o równania (8-39) można napisać macierz rozproszenia nadajnika z laserem modulowanym bezpośrednio w postaci (8-40).

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ p_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{E/O} & 0 \\ S_{21}^{E/O} & S_{22}^{E/O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ q_T \end{bmatrix}; \quad (8-40)$$

Współczynnik  $S_{21}^{E/O}$  (zauważmy, że ma wymiar [W/V]) jest najważniejszym parametrem opisującym przemianę sygnału elektrycznego na optyczny. Jego wartość związana jest z zespolonym nachyleniem  $\hat{S}_L$ .

W rozdziale 3, w punkcie 3.5.3 omawiano impedancję półprzewodnikowej diody laserowej. Moduł tej impedancji ma wymiar kilku omów. Sygnał skierowany do diody laserowej prowadnicą o impedancji  $Z_0 = 50 \Omega$  zostaje w znacznej części odbity, warunki pracy są niestabilne i zmieniają się ze zmianą częstotliwości. Aby ustabilizować pracę w układzie z rys. 8.8B, dodaje się zwykle szeregowo z diodą rezystancję  $50 \Omega$ .



**Rys. 8.9.** Charakterystyki ilustrujące przebiegi modułu (kolor czerwony) i argumentu (kolor granatowy) transmitancji  $S_{21}^{E/O}$  w funkcji częstotliwości dla różnych wartości prądu diody laserowej.

Obwód wymuszający prąd diody pracuje jak źródło prądowe. W tych warunkach współczynnik  $S_{21}^{E/O}$  można z dobrym przybliżeniem zapisać zależnością (8-41).

$$S_{21}^{E/O} = \frac{p_T}{a_1} = \frac{\hat{S}_L}{\sqrt{Z_0}}; \quad (8-41)$$

W macierzy (8-40) współczynnik odbicia  $S_{11}^{E/O}$  opisuje stan dopasowania diody laserowej. Współczynnik odbicia  $S_{22}^{E/O}$  opisuje odbicie od końca światłowodu mocy optycznej powracającej światłowodem do nadajnika.

Na rys. 8.9 przedstawiono przykładowe przebiegi modułu i argumentu współczynnika  $S_{21}^{E/O}$  w funkcji częstotliwości modulacji  $f_s$ . Na przebieg charakterystyk istotny wpływ ma obwód sterujący prądem diody. Często prąd diody wymusza sprzężony z nią tranzystor, a wtedy charakterystyki tranzystora nakładają się na charakterystyki diody laserowej.

### 8.3.3. Macierz rozproszenia nadajnika z modulatorem M-Z

Na rysunku 8.10 przedstawiono obiekt analizy, którym jest nadajnik z modulatorem M-Z. Praca i parametry modulatorów elektrooptycznych M-Z zostały szczegółowo opisane w poprzednich rozdziałach. Charakterystyka transmisji mocy przez modulator opisana jest zależnością (8-42), w której  $T_{MAX}$  jest maksymalną transmisją mocy,  $v_M(t)$  napięciem modulującego sygnału zmiennego, a  $V_\pi$  charakterystycznym napięciem charakterystyki  $T(V)$ .

$$T(t) = \frac{T_{MAX}}{2} \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{\pi v_S(t)}{2V_\pi} \right] \right\}; \quad (8-42)$$

Napięcie  $v_S(t)$  jest sumą napięcia polaryzacji  $V_0$  oraz sinusoidalnego sygnału o pulsacji  $\omega_S$  i zespolonej amplitudzie  $V_M$ :

$$v_S(t) = V_0 + \text{Re}\{V_M e^{j\omega_S t}\} = V_0 + |V_M| \cos(\omega_S t + \varphi_S); \quad (8-43)$$

Moc optyczną  $P_M(t)$  w porcie wyjściowym modulatora można zapisać prostą zależnością, w której  $P_0$  jest mocą dostarczoną przez laser.

$$P_M(t) = P_0 T(t); \quad (8-44)$$

W typowych warunkach pracy modulator polaryzowany jest w punkcie przegięcia charakterystyki transmisji. Transmisja  $T(t)$  modulatora sterowanego napięciem opisanym przez (8-43) w warunkach pracy małymi sygnałami, wynosi wtedy:

$$T(t) = \frac{T_{MAX}}{2} + \frac{\pi |V_M|}{2V_\pi} \cos(\omega_S t + \varphi_S); \quad (8-45)$$

W zależności powyższej uwzględniono nachylenie  $S_{MZ} = \pi/2V_\pi$  charakterystyki transmisji modulatora w punkcie przegięcia. Moc optyczną w porcie wyjściowym modulatora można zapisać *zależnością* (8-46) po wprowadzeniu zespolonej amplitudy  $p_T$ , podobnie jak w (8-37).

$$P_M(t) = \frac{P_0 T_{MAX}}{2} + \text{Re}\{p_T e^{j\omega_S t}\}; \quad (8-46)$$

Amplituda zespolona  $V_M$  jest związana z unormowaną amplitudą zespoloną  $a_1$  zależnością (8-47):

$$V_M = a_1 \sqrt{Z_0} e^{-j\beta L_0}; \quad (8-47)$$

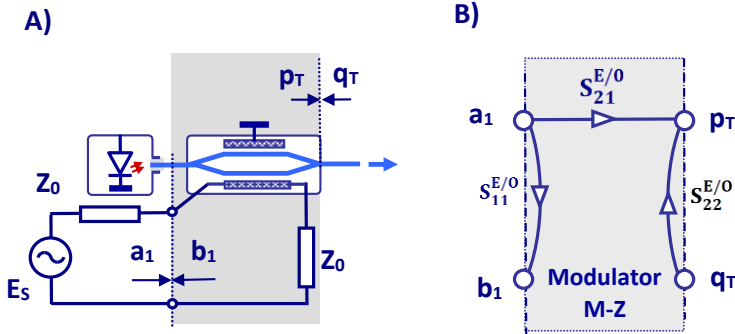
gdzie  $\beta$  jest stałą fazową przewodnicy falowej, którą propagowany jest sygnał w strukturze modulatora M-Z, a wprowadzony parametr  $L_0$  jest charakterystyczną długością toru mikrofalowego modulatora, uwzględniającą umowność określenia płaszczyzny wejściowej dwuwrotnika.

Kończącą zależność (8-48) wyprowadzono przyjmując kilka upraszczających założeń, o czym należy pamiętać.

$$p_T = \frac{\pi P_0 T_{MAX} \sqrt{Z_0}}{2V_\pi} e^{-j\beta L_0} a_1; \quad (8-48)$$



W dokładnej analizie należy uwzględnić zarówno efekty opóźnienia wywołane skończonym czasem transmisji sygnału wzdłuż koplanarnej prowadnicy modulatora, jak i procesy opóźnienia fazowego i zmniejszenia czułości procesu modulacji, obserwowane ze wzrostem częstotliwości mikrofalowej.



**Rys. 8.10.** Nadajnik z modulatorem M-Z jako dwuwrotnik E/O z rys. 8.6. A) Uproszczony układ zastępczy modulatora M-Z zasilanego sygnałem dostarczanym ze źródła napięciowego  $E_s$ . B) Graf przepływu sygnału nadajnika z modulatorem M-Z.

Dwa równania, które są podstawą zapisu macierzy rozproszenia nadajnika z modulatorem M-Z są w zasadzie identyczne z (8-39):

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}^{E/O} a_1; \\ p_T &= S_{21}^{E/O} a_1 + S_{22}^{E/O} q_T; \end{aligned} \quad (8-39)$$

Najważniejszym parametrem jest  $S_{21}^{E/O}$ , który można wyznaczyć z równania (8-48), pamiętając o przyjętych uproszczeniach. Należy zauważyć, że wartość mocy  $p_T$  jest nie tylko proporcjonalna do  $a_1$ , ale także do mocy lasera  $P_0$ .

Niedopasowanie wrót wejściowych modulatora M-Z jest zwykle niewielkie i wynika z niedoskonałości wykonania struktur mikrofalowych. Obecność w torze światłowodowym powracającego sygnału optycznego, reprezentowanego przez amplitudę  $q_T$ , nie ma wpływu na wartość  $b_1$  odbitego sygnału mikrofalowego, co uwidacznia graf przepływu sygnału na rys. 8.10B.

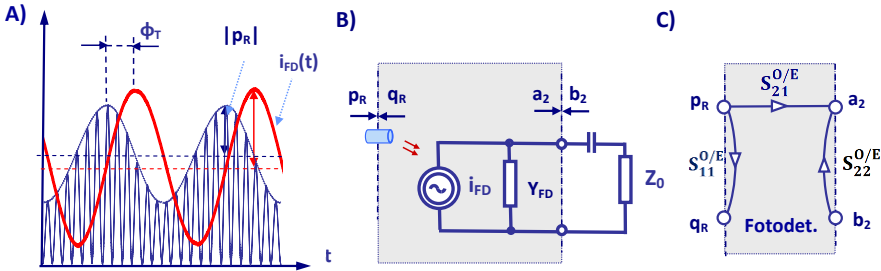
### 8.3.4. Macierz rozproszenia fotodetektora

W optycznych łączach analogowych, których ideowy układ pokazano na rys. 8.7, sygnał optyczny modulowany sygnałem mikrofalowym dociera światłowodem do odbiornika optycznego z fotodiodą. Odbiornik optyczny traktowany jest w tym punkcie jako dwuwrotnik z wrotami optycznymi (płynące do i od wrót sygnały optyczne  $p_R$  i  $q_R$ ) oraz wrotami elektrycznymi (sygnały elektryczne  $a_2$  i  $b_2$ ) – rys. 8.11B. Odpowiednio spolaryzowana fotodioda

jest przedstawiona w obwodzie zastępczym jako równoległe połączenie źródła prądowego o wydajności  $i_{FD}$  oraz admitancji wewnętrznej  $Y_{FD}$ .

Moc sygnału optycznego dochodząca do fotodiody odbiornika może być zapisana następująco:

$$P_R(t) = P_{R0} + \text{Re}\{p_R e^{j\omega_s t}\}; \quad (8-49)$$



**Rys. 8.11.** Ilustracja procesu fotodetekcji mocy optycznej dochodzącej do odbiornika. A) Opóźnienie fazowe prądu fotodetekcji w stosunku do sygnału optycznego. B) Fotodetektor odbiornika optycznego jako dwuwrotnik. C) Graf przepływu sygnału nadajnika optycznego.

Prąd fotodiody obok składowej stałej  $I_{FD0}$  posiada składową zmienną, którą reprezentuje w zależności (8-50) zespolona amplituda  $I_{FD}$ .

$$i_{FD}(t) = I_{FD0} + \text{Re}\{I_{FD} e^{j\omega_s t}\}; \quad (8-50)$$

Można teraz wprowadzić zespoloną czułość fotodiody  $\hat{R}_{FD}$ .

$$\hat{R}_{FD}(\omega_s) = \frac{I_{FD}}{p_R}; \quad (8-51)$$

Dla małych częstotliwości sygnału mikrofalowego zespolona czułość  $\hat{R}_{FD}$  staje się czysto rzeczywista i równa nachyleniu  $R_{FD}$  charakterystyki pokazanej i omówionej w rozdziale 4.

Obserwacje i pomiary wykazują, że ze wzrostem częstotliwości, z jaką modulowany jest sygnał optyczny, pojawia się opóźnienie fazowe prądu fotodiody w stosunku do obwiedni modulacji sygnału optycznego. Pokazano ten efekt na rys. 8.11A. Maleje także moduł  $\hat{R}_{FD}$ . Można teraz napisać układ dwóch równań, opisujących odpływające od dwuwrotnika z rys. 8.11B sygnał optyczny i elektryczny, w funkcji sygnałów doptywających.

$$\begin{aligned} q_R &= S_{11}^{O/E} p_R; \\ a_2 &= S_{21}^{O/E} p_R + S_{22}^{O/E} b_2; \end{aligned} \quad (8-52)$$

Występujące w zapisanych wyżej refleksjach  $S_{11}^{O/E}$  i  $S_{22}^{O/E}$  są zespolonymi parametrami opisującymi odbicie przez odbiornik sygnału optycznego, który doptynął z nadajnika w por-

cie wejściowym i odbicie przez odbiornik sygnału mikrofalowego powracającego od obciążenia. Zgodnie z pierwszym z równań (8-52) moc optyczna odbita od końca światłowodu doprowadzającego sygnał optyczny do odbiornika nie zależy od amplitudy  $a_2$  sygnału elektrycznego w przewodnicy wyjściowej łącza. Odbiornik jest dwuwrotnikiem nieodwracalnym. Macierz rozproszenia odbiornika przybiera postać (8-53):

$$\begin{bmatrix} q_R \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{O/E} & 0 \\ S_{21}^{O/E} & S_{22}^{O/E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_R \\ b_2 \end{bmatrix}; \quad (8-53)$$

Najważniejszym parametrem powyższego zapisu jest transmitancja  $S_{21}^{O/E}$ . Można ją obliczyć, opierając się na uproszczonym układzie zastępczym fotodetektora z rys. 8.11B. Obliczamy najpierw wartość amplitudy  $a_2$ , wprowadzając zredukowaną wartość admittancji wewnętrznej  $y_{FD} = Y_{FD}Z_0$ .

$$a_2 = \frac{I_{FD}}{\sqrt{Z_0} \left( Y_{FD} + 1/Z_0 \right)} = \frac{\hat{R}_{FD} \sqrt{Z_0}}{y_{FD} + 1} p_R; \quad (8-54)$$

Transmitancja  $S_{21}^{O/E}$  jest prosto związana ze zspoloną czułością  $\hat{R}_{FD}$ . Admittancja wewnętrzna ze wzrostem częstotliwości odgrywa coraz większą rolę, zmieniając zarówno moduł, jak i argument  $S_{21}^{O/E}$ .

$$S_{21}^{O/E} = \frac{a_2}{p_R} = \frac{\hat{R}_{FD} \sqrt{Z_0}}{y_{FD} + 1}; \quad (8-55)$$

Graf przepływu sygnału odbiornika w najprostszym układzie przedstawiono na rys. 8.11C.

### 8.3.5. Macierz rozproszenia światłowodu

Przyjmijmy teraz, że odbiornik i nadajnik połączone są jednorodnym, jednomodowym światłowodem, bez dodatkowych połączeń. Efekty odbicia sygnału optycznego od końców światłowodu wprowadzono odpowiednio do nadajnika i odbiornika, a ich miarą są współczynniki odbicia od strony nadajnika  $S_{22}^{E/O}$  i od strony odbiornika  $S_{11}^{O/E}$ .

Przy takim założeniu światłowód jest odwracalnym, symetrycznym dwuwrotnikiem. Oznaczając przez  $T_F$  współczynnik opisujący transmisję mocy przez jednorodny światłowód, równania opisujące proces transmisji przyjmują następującą postać:

$$\begin{aligned} p_R &= T_F p_T; \\ q_T &= T_F q_R; \end{aligned} \quad (8-56)$$

Macierz rozproszenia jest w tym przypadku bardzo prosta i czytelna.

$$\begin{bmatrix} p_R \\ q_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & T_F \\ T_F & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_T \\ q_R \end{bmatrix}; \quad (8-57)$$

Mamy na uwadze poczynione uproszczenia. Nie uwzględniamy efektów zmiany polaryzacji transmitowanego sygnału optycznego. Poza tym często długie odcinki światłowodu montowane są z kilku odcinków krótkich, a wtedy połączenia wprowadzają dodatkowe odbicia i straty. Macierz rozproszenia staje się bardziej złożona.

Aby obliczyć współczynnik  $T_F$  transmisji sygnału światłowodem, należy uwzględnić dwa efekty: tłumienia sygnału i wpływ dyspersji.

Tłumienie światłowodu uwzględnione jest w wartości stałej propagacji  $\gamma$ , obecnością stałej tłumienia  $\alpha$ , zgodnie z równaniem (8-58):

$$\gamma = \alpha + j\beta_S; \tag{8-58}$$

Stała fazowa  $\beta_S$  związana jest z prędkością grupową poruszania się obwiedni modulowanego sygnału optycznego.

Wpływ dyspersji na propagację sygnału optycznego o modulowanej amplitudzie analizowano szczegółowo w rozdziale 7, w punkcie 7.3.2. Wynikiem analizy jest stwierdzenie, że efektem transmisji sygnału w przypadku obecności fali nośnej i obu wstęp bocznych jest zamiana modulacji amplitudy na modulację fazy, aż do zaniku tej pierwszej. W pewnej odległości  $L$ , opisanej równaniem (7-47), modulacja amplitudy znika, mimo obecności wstęp bocznych. Przy dalszej transmisji modulacja fazy przekształca się z powrotem w modulację amplitudy. Związany z tym procesem efekt tłumienia głębokości modulacji opisuje współczynnik tłumienia  $T_D$  wyrażony zależnością (8-59)

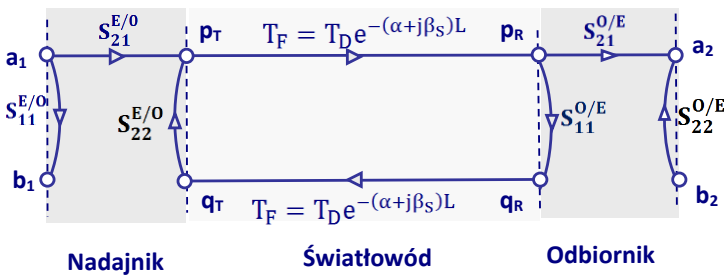
$$T_D = \cos^2\left(\frac{\lambda_0 D}{2\omega_0} \omega_S^2 L\right); \tag{8-59}$$

We wzorze powyższym  $D$  jest współczynnikiem dyspersji.

Zespolony współczynnik  $T_F$  transmisji sygnału światłowodem można zapisać w prostej postaci uwzględniającej oba wymienione efekty.

$$T_F = T_D e^{-(\alpha + j\beta_S)L}; \tag{8-60}$$

Można teraz narysować graf przepływu sygnałów całego układu analogowego łącza optycznego. Pokazano go na rys. 8.12.



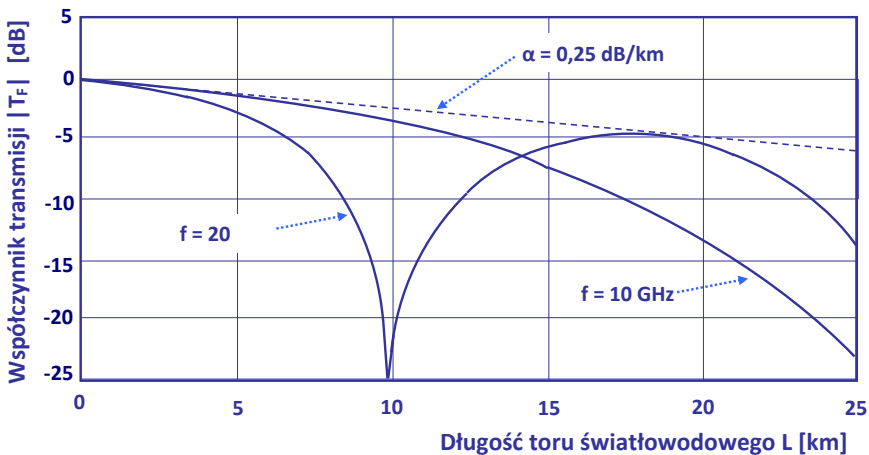
**Rys. 8.12.** Graf przepływu sygnału analogowego łącza optycznego utworzonego przez układ nadajnik–światłowód–odbiornik.

Wykorzystując graf z rys. 8.12, można obliczyć wartość współczynnika  $T_{ANA}$  całkowitej transmisji sygnału mikrofalowego optycznym łączy analogowym.

$$T_{ANA} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{S_{21}^{E/O} T_F S_{21}^{O/E}}{1 - S_{22}^{E/O} S_{11}^{O/E} T_F^2}; \quad (8-61)$$

Obecność mianownika w powyższym wyrażeniu oznacza uwzględnienie wpływu wielokrotnych odbić sygnału optycznego od obu końców światłowodu. Efekty tych odbić są widoczne w postaci zafalowań na charakterystykach transmisji wielu łączy optycznych.

Przekształcając odpowiednio licznik wyrażenia (8-61), można dojść do obliczenia wzmocnienia mocy  $G$  transmitowanego sygnału mikrofalowego dla całego łączy optycznego. W rozdziale 7 w punkcie 7.2 przeprowadzono odpowiednie obliczenia wzmocnień dla dwóch najważniejszych konfiguracji łączy: z bezpośrednią modulacją mocy lasera i modulacją zewnętrzną z użyciem modulatora M-Z. W wyprowadzeniach uwzględniono transmisję mocy, a pominięto zależności fazowe, które – w pewnych zastosowaniach – mogą mieć istotne znaczenie.



**Rys. 8.13.** Moduł współczynnika transmisji  $|T_F|$  [dB] sygnału mikrofalowego transmitowanego światłowodem o tłumieniu  $\alpha = 0,25$  dB/km i współczynniku dyspersji  $D = 17$  ps/nm·km.

Wyniki obliczeń modułu współczynnika transmisji  $|T_F|$  w zależności od długości  $L$  toru światłowodu, dla łączy z bezpośrednią modulacją mocy lasera pokazano przykładowo na rys. 8.13. Przedstawiono wpływ obu opisanych wcześniej efektów: tłumienia związanego z obecnością współczynnika  $\alpha$  w stałej propagacji  $\gamma = \alpha + j\beta$  i tłumienia związanego z efektem dyspersji chromatycznej. Efekty dyspersji można pominąć, jeśli długości toru nie przekraczają kilku kilometrów, a częstotliwości modulacji kilku gigaherców.

Przy obliczaniu współczynnika transmisji  $T_F$  nie uwzględniono wpływu strat i odbić wniesionych przez połączenia między odcinkami światłowodów w przypadku, gdy tor zbudowano z kilka takich odcinków.

## 8.4. Macierz rozproszenia w przewodnicach optycznych

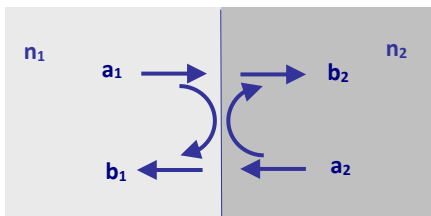
### 8.4.1. Fala na granicy dwóch ośrodków

W punkcie 8.3 opisano właściwości optycznego łącza analogowego za pomocą formalizmu macierzy rozproszenia, stworzonego pierwotnie dla obwodów mikrofalowych. Macierz rozproszenia przystosowano do analizy układów przetwarzających sygnał elektryczny na optyczny, i na odwrót, optyczny na elektryczny. Przedstawiono także macierzowy opis transmisji sygnału światłowodem. W obu tych przypadkach sygnał optyczny traktowany jest jako nośna sygnału mikrofalowego, który reprezentowany jest jako obwiednia modulowanego amplitudowo sygnału optycznego.

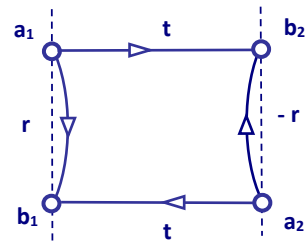
W tym punkcie przedstawione zostaną przykłady wykorzystania formalizmu macierzy rozproszenia dla struktur optycznych, w których propagowany jest sygnał optyczny, bez zwracania uwagi na rodzaj zastosowanej modulacji.

Na rys. 8.14 pokazano strukturę złożoną z dwóch materiałów dielektrycznych o różnych współczynnikach załamania  $n_1$  i  $n_2$ . Celem analizy jest opisanie warunków propagacji fali płaskiej propagowanej w kierunku prostopadłym do płaszczyzny styku materiałów. Na rys. 8.14A zdefiniowano zespolone amplitudy  $a_1$ ,  $a_2$  i  $b_1$ ,  $b_2$ , proporcjonalne do odpowiednich natężeń pól elektrycznych propagowanych fal. Oznaczenia fal są identyczne, jak w przypadku przewodnicy mikrofalowej.

A)



B)



**Rys. 8.14.** Fala płaska propagowana prostopadle do płaszczyzny styku dwóch ośrodków dielektrycznych. A) Oznaczenie zespolonych amplitud natężenia pola elektrycznego fali. B) Graf przepływu sygnału dla tej struktury.

Powierzchnia rozdzielająca oba ośrodki może być potraktowana jak dwuwrotnik, a cztery współczynniki wiążące wprowadzone amplitudy tworzą kwadratową macierz rozproszenia. Jeżeli przyjąć, że oba ośrodki dielektryczne są jednorodne i bezstratne, to tak zdefiniowany dwuwrotnik jest odwracalny i bezstratny. To oznacza, że:

$$S_{12} = S_{21}; \quad |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1; \quad (8-62)$$

Reflektancje  $S_{11}$  i  $S_{22}$  można obliczyć, jeśli znane są warunki wiążące natężenia pól elektrycznego i magnetycznego na granicy dwóch ośrodków dielektrycznych. Można więc napisać:

$$S_{11} = r_1 = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} = r; \quad S_{22} = r_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = -r; \quad (8-63)$$

Parametr  $r$  jest miarą odbitego sygnału, zależną od różnicy współczynników załamania  $n_1$  i  $n_2$ . Wykorzystując następnie warunki odwracalności i bezstratności, można obliczyć transmitancje  $S_{12}$  i  $S_{21}$ .

$$S_{12} = S_{21} = t = \sqrt{1 - r_1^2} = \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2}; \quad (8-64)$$

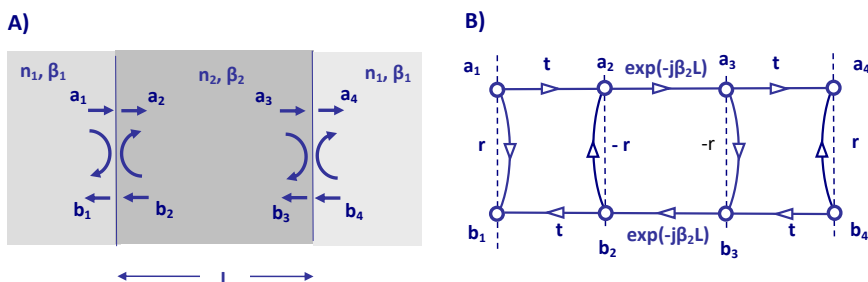
Z powyższych zapisów można wyciągnąć wnioski, że reflektancje mają przeciwne znaki, ale są, co do modułów, sobie równe. Natomiast transmitancje są identyczne. Macierz rozproszenia  $[S]$  analizowanej struktury przyjmie postać (8-65). Dla porównania dopisano także macierz transmisyjną  $[T]$ .

$$[S] = \begin{bmatrix} r & t \\ t & -r \end{bmatrix}; \quad [T] = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix}; \quad (8-65)$$

### 8.4.2. Rezonator Fabry'ego-Perota w torze optycznym

Opisany powyżej przypadek nabiera praktycznego znaczenia przy analizie struktury przedstawionej na rys. 8.15A. Ośrodek dielektryczny opisany parametrami  $n_1, \beta_1$  podzielono i wprowadzono płytę innego dielektryka opisanego parametrami  $n_2, \beta_2$  o grubości  $L$ . W tak utworzonej strukturze analizowane będą warunki propagacji fali płaskiej w kierunku prostopadłym do ograniczających powierzchni.

Podobnie jak w poprzednim punkcie oznaczone zostaną zespolone amplitudy fal  $a_1, \dots, a_4$  biegnących w prawo i zespolone amplitudy  $b_1, \dots, b_4$  fal biegnących w lewo. Należy zauważyć, że tak przyjęta reguła oznaczeń jest inna niż w poprzednim punkcie.



**Rys. 8.15.** Warstwa dielektryka jako rezonator Fabry'ego-Perota. A) Struktura warstwy wtrąconej między ośrodkami dielektrycznymi, wraz z oznaczeniami zespolonych amplitud propagowanych fal płaskich. B) Graf przepływu sygnału dla struktury warstwy wtrąconej.

W pierwszej kolejności należy opisać macierzą rozproszenia objętość warstwy wprowadzonej między podzielony dielektryk. Oznacza to, że należy powiązać ze sobą amplitudy  $a_2, a_3, b_2$  i  $b_3$ . Fale biegnące w prawo i w lewo propagowane są bez tłumienia i bez odbić. Można więc napisać:

$$a_3 = a_2 e^{-j\beta_2 L}; \quad b_2 = b_3 e^{-j\beta_2 L} \quad (8-66)$$

Macierz rozproszenia napisana dla tej warstwy przyjmuje prostą postać:

$$\begin{bmatrix} a_3 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\beta L} \\ e^{-j\beta L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_3 \end{bmatrix}; \quad (8-67)$$

Celem analizy jest znalezienie związków między amplitudami  $a_1$  i  $b_1$ , a  $a_4$  i  $b_4$ , co jest równoznaczne z wyznaczeniem współczynników macierzy rozproszenia opisanej przez (8-68).

$$\begin{bmatrix} a_4 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{41} \\ S_{14} & S_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_4 \end{bmatrix}; \quad (8-68)$$

Wykorzystamy teraz warunki odwracalności, bezstratności i symetrię badanej struktury, czyli:

$$S_{11} = S_{44}; \quad |S_{11}|^2 + |S_{41}|^2 = 1; \quad (8-69)$$

Graf przepływu sygnału dla całej struktury podano na rys. 8.15B. Łączy on ze sobą trzy dwuwrotniki. Na podstawie grafu, korzystając z reguły Masona, można łatwo wyznaczyć transmitancję opisaną współczynnikiem  $S_{41}$ . Otrzymujemy zależność (8-70).

$$S_{41} = \frac{a_4}{a_1} = \frac{t^2 e^{-j\beta_2 L}}{1 - r^2 e^{-j2\beta_2 L}} \quad (8-70)$$

Zależność powyższa opisuje ciekawe właściwości analizowanej prostej struktury. Warstwa dielektryka o parametrach istotnie różniących się od sąsiednich tworzy dla propagowanej fali płaskiej strukturę rezonansową, nazywaną rezonatorem Fabry'ego-Perota. W rozdziale 3 opisano laser diodowy wykorzystujący taki rezonator.

Efekt rezonansu można opisywać w różny sposób. W naszym przypadku łatwo zauważyć, że dla pewnych długości fali struktura staje się przezroczysta, a wtedy cała moc padającej fali transmitowana jest na drugą stronę. Można znaleźć ciąg rezonansowych długości fali, dla których struktura rezonatora staje się przezroczysta. Warunek rezonansu zapisuje się równaniem (8-71).

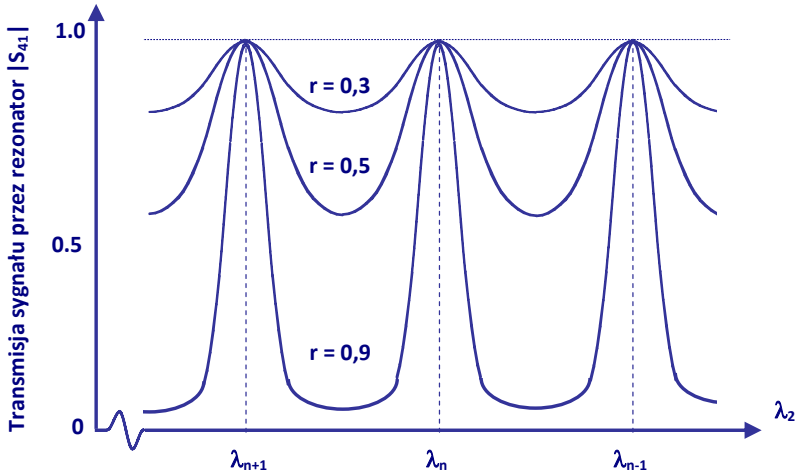
$$2\beta_2 L = n2\pi; \quad n \frac{\lambda_2}{2} = L; \quad n = 1, 2, \dots \quad (8-71)$$

Warunek (8-71) oznacza, że w rezonansie długość warstwy tworzącej rezonator równa jest całkowitej wielokrotności  $\lambda_2/2$ . Na rys. 8.16 pokazano charakterystyki  $|S_{41}(\lambda)|$  dla różnych wartości współczynnika odbicia  $r$ . Ze wzrostem wartości  $r$  charakterystyka transmisji staje się bardziej selektywna.

Na zjawisko rezonansu można też spojrzeć od strony gromadzenia energii w obszarze rezonatora. Można wykazać, że w rezonansie moc fali w warstwie dielektryka  $n_2, \beta_2$  rośnie



wielokrotnie. Dla przykładu, gdy  $r^2 = 0,9$  i  $t^2 = 0,1$  moc fali związana z amplitudą  $a_3$  rośnie jak  $1/t^2$ , w tym wypadku dziesięciokrotnie.



**Rys. 8.16.** Zależność modułu  $|S_{41}|$  współczynnika transmisji sygnału optycznego przez strukturę rezonansową od długości fali.

### 8.4.3. Interferometr Macha-Zehndera

Interesującym przykładem użycia formalizmu macierzy rozproszenia jest opis mechanizmu działania modulatora Macha-Zehndera i interferometru Macha-Zehndera. Ich układy pokazano na rys. 8.17.

W rozdziale 6 modulatorom elektrooptycznym poświęcono obszerny punkt 6.4, opisując w nim ich podstawowe parametry. Wyniki analizy tego punktu nie będą inne. Mają one ilustrować inne narzędzie analizy. Na rys. 8.17A przedstawiono strukturę modulatora M-Z, w którym wykorzystano sprzęgacze kierunkowe jako dzielnik i sumator mocy. Modulator tworzą dwa torzy światłowodu planarnego, które na dwóch odcinkach zbliżyły się do siebie, tworząc sprzęgacze.

Na rysunku zaznaczono cztery – A, B, C i D – najważniejsze płaszczyzny odniesienia. Zakładając pracę jednomodową, oznaczono dla obu torzy w płaszczyznach A, ..., D, amplitudy zespolone  $E_{1A}$ , ...,  $E_{1D}$  natężenia pola elektrycznego sygnału optycznego propagowanego w górnym torze od wrót A do D, i amplitudy zespolone  $E_{2A}$ , ...,  $E_{2D}$  natężenia pola elektrycznego sygnału optycznego propagowanego w dolnym torze od wrót A do D. Należy zauważyć, że w rozważaniach nie uwzględniono sygnałów optycznych propagowanych w kierunku przeciwnym. Oznacza to przyjęcie warunku bezodbiciowej pracy. Analizowany obwód jest czterowrotnikiem odwracalnym.

Pierwszym elementem struktury jest sprzęgacz, którego granice określają płaszczyzny A i B. W rozdziale 2 w punkcie 2.5.2 opisano działanie sprzęgacza kierunkowego. Związki

między zespolonymi amplitudami natężeń pola elektrycznego opisano równaniem (2-50). Po wprowadzeniu innych oznaczeń zgodnie z rys. 8.17A równanie wiążące ze sobą wartości amplitud natężenia pola elektrycznego można zapisać w postaci (8-72).

$$\begin{bmatrix} E_{1B} \\ E_{2B} \end{bmatrix} = e^{-j\varphi_{AB}} \begin{bmatrix} \sqrt{1-K} & j\sqrt{K} \\ j\sqrt{K} & \sqrt{1-K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1A} \\ E_{2A} \end{bmatrix}; \quad (8-72)$$

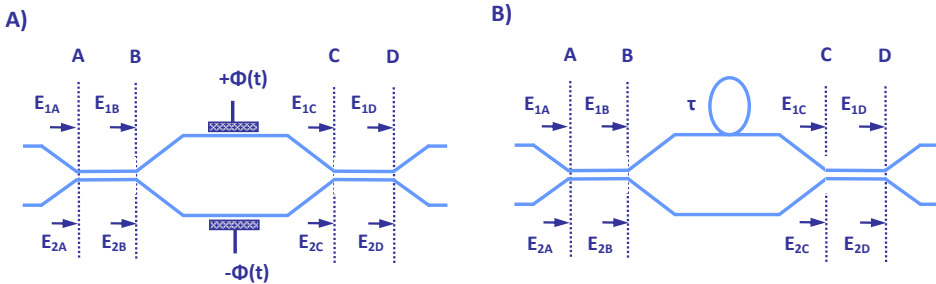
W zależności powyższej kąt  $\varphi_{AB}$  jest opóźnieniem fazowym związanym z czasem propagacji sygnału optycznego wzdłuż długości  $L$  sprzęgacza.  $K$  jest współczynnikiem sprzężenia sprzęgacza  $0 < K < 1$  związanym z wielkościami występującymi w równaniu (2-50) zależnością (8-73).

$$K = \sin^2(\pi L/L_K); \quad (8-73)$$

Przyjmując warunki równego podziału mocy (współczynnik  $K = 1/2$ ), macierz transmisyjna sprzęgacza może być zapisana w prostej formie (8-74).

$$\begin{bmatrix} E_{1B} \\ E_{2B} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{\alpha_{AB}}}{2} e^{-j\varphi_{AB}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1A} \\ E_{2A} \end{bmatrix}; \quad (8-74)$$

Współczynnik  $\alpha_{AB} < 1$  reprezentuje tłumienie sygnału optycznego propagowanego na długości sprzęgacza.



**Rys. 8.17.** Oznaczenie wrót i amplitud pola elektrycznego w układzie mostka Macha-Zehndera. A) Układ tradycyjnego modulatora ze sprzęgaczami w roli dzielników mocy. B) Układ interferometru Macha-Zehndera z opóźnieniem w jednym ramieniu.

Warunki propagacji sygnału ramionami modulatora między płaszczyznami B i C są symetryczne, z tym, że pod wpływem przyłożonego napięcia przyrosty współczynników załamania w obu ramionach mają przeciwne znaki. W jednym ramieniu opóźnienie fazy wynosi  $(\varphi_{BC} + \phi)$ , w drugim  $(\varphi_{BC} - \phi)$ . Macierz transmisyjna dla odcinka BC zapisze się następująco:

$$\begin{bmatrix} E_{1C} \\ E_{2C} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{\alpha_{BC}}}{2} e^{-j\varphi_{BC}} \begin{bmatrix} e^{j\Phi(t)} & 0 \\ 0 & e^{-j\Phi(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1B} \\ E_{2B} \end{bmatrix}; \quad (8-75)$$

W normalnych warunkach pracy modulatora M-Z sygnał doprowadzony jest tylko do jednego z portów wejściowych, to znaczy  $E_{2A} = 0$ . Zależność amplitud  $E_{1D}$  i  $E_{2D}$  od amplitudy  $E_{1A}$  przybiera postać równania (8-76).

$$\begin{bmatrix} E_{1D} \\ E_{2D} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{\alpha_{AD}}}{2} e^{-j\varphi_{AD}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\Phi(t)} & 0 \\ 0 & e^{-j\Phi(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1A} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (8-76)$$

Końcowe zależności otrzymuje się po wymnożeniu wyrazów kolejnych macierzy transmisyjnych.

$$\begin{bmatrix} E_{1D} \\ E_{2D} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{\alpha_{AD}}}{2} e^{-j\varphi_{AD}} \begin{bmatrix} e^{j\Phi} - e^{-j\Phi} & j(e^{j\Phi} + e^{-j\Phi}) \\ j(e^{j\Phi} + e^{-j\Phi}) & -(e^{j\Phi} - e^{-j\Phi}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1A} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (8-77)$$

W zależności powyższej współczynnik  $\alpha_{AD} = \alpha_{AB} \cdot \alpha_{BC} \cdot \alpha_{CD}$  reprezentuje wszystkie straty sygnału optycznego, a kąt fazowy  $\varphi_{AD} = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD}$  jest opóźnieniem fazowym związanym z czasem propagacji między płaszczyznami A i D.

Na rys. 8.17B przedstawiono strukturę światłowodów planarnego interferometru Macha-Zehndera. Różnica między układami A i B polega na tym, że interferometr ma jedno z ramion mostka dłuższe o  $L_1$ . Z tego powodu czas propagacji sygnału optycznego w dłuższym ramieniu jest dłuższy o  $\tau = L_1/v_f$ . W układzie takim równanie wiążące amplitudy natężeń pola elektrycznego w płaszczyznach A i D przybiera postać (8-78).

$$\begin{bmatrix} E_{1D} \\ E_{2D} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{\alpha_{AD}}}{2} e^{-j\varphi_{AD}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\omega\tau} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1A} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (8-78)$$

Układ interferometru M-Z wykorzystywany jest m.in. w układach odbiorników łączy optycznych wykorzystujących modulację fazy. Właściwości takich łączy przedstawione zostaną w następnym rozdziale.

## 8.5. Podsumowanie

Formalizm macierzy rozproszenia został opracowany i rozwinięty jako aparat analizy obwodów mikrofalowych. Dołączono do niego opis dróg transmisji sygnału za pomocą grafów przepływu sygnału. Formalizm ten znakomicie zdał egzamin w wielu analizach. Mamy na uwadze fakt, że wykorzystując go, zakładamy jednotonowość propagowanego sygnału i nie zwracamy uwagi na rodzaj modulacji.

Krokiem przekraczającym nakreśloną wyżej granicę jest wykorzystanie formalizmu macierzy rozproszenia do analizy parametrów mieszacza mikrofalowego. Wykorzystujemy tu fakt, że amplituda i faza sygnału podlegającego procesowi przemiany częstotliwości zostają liniowo przeniesione do wyjściowego sygnału o pośredniej częstotliwości. Zastosowanie formalizmu macierzy rozproszenia w układach, w których propagowane są sygnały dwu- i wielotonowe ułatwia analizę torów odbiorników i nadajników mikrofalowych.

Formalizm macierzy rozproszenia można bez trudu użyć do analizy odbić i interferencji w torach, którymi propagowane są sygnały optyczne. Pewne problemy wieloznaczności pojawiają się przy definiowaniu zespolonych amplitud związanych z natężeniami pola elektrycznego propagowanych fal. Należy mieć na uwadze fakt, że w jednomodowej przewodnicy optycznej dodawanie dwóch koherentnych sygnałów pochodzących z tego samego

źródła jest dodawaniem natężeń pola elektrycznego, a nie prostym sumowaniem mocy. Do tego dochodzi wpływ polaryzacji dodawanych sygnałów. Jeżeli zsumowany sygnał dociera do fotodetektora, to prąd w jego obwodzie może mieć różne wartości w zależności od ich polaryzacji i różnicy ich faz. Jeżeli warunki propagacji pozwalają na wielodromowość, analiza staje się jeszcze trudniejsza. Jeśli jednak uda się uniknąć wieloznaczności, to rezultaty analizy wykorzystującej aparat macierzy rozproszenia są w pełni wartościowe.

Oddzielnym problemem są macierzowe narzędzia analizy transmisyjnych układów optomikrofalowych opisane w punkcie 8.2. Jednomodowy światłowód został tutaj potraktowany jako przewodnica falowa sygnału mikrofalowego naniesionego na sygnał optyczny w procesie modulacji amplitudy. Aby skompletować narzędzia analizy, należało opracować zasady macierzowego opisu układów modulacji (modulacja bezpośrednia i zewnętrzna) i demulacji (fotodetekcja). Gdy to osiągnięto, formalizm macierzy rozproszenia stał się w pełni użyteczny do analizy parametrów amplitudowych i fazowych analogowych łączących optycznych.

## Bibliografia rozdziału 8

- 8.1 H. Vifian, "Optical measurements based on RF modulation techniques", *IEEE Transactions on Instrumentation Measurements*, Vol. 39, No. 12, Dec. 1990.
- 8.2 D.D. Curtis, E.E. Ames, "Optical Test Set for Microwave Fiber-optic Network Analysis", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 38, No. 5, 1990.
- 8.3 S. Iezekiel, C.M. Snowden, M.J. Howes, "Scattering Parameter Characterization of Microwave Optoelectronic Devices and Fiber-Optic Networks", *IEEE Microwave and Guided Letters*, Vol. 1, No. 9, 1991.
- 8.4 E. Ackerman et al., "Maximum Dynamic Range Operation of a Microwave External Modulation Fiber-optic Link", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 41, No. 8, 1993.
- 8.5 B. Stockbroeckx, P. Dellisse, A. Vander Vorst, "S-Matrix definition for Microwave-Optical Transducers", *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 7, No. 17, Dec. 1994.
- 8.6 P. Debie, L. Martens, "Correction Technique for On-Chip Modulation Response Measurements of Optoelectronic Devices", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 43, No. 6, 1995.
- 8.7 S. Tedjini, A. Ho-Quoc, D.A.M. Khalil, "All-Optical Networks as Microwave and Millimeter-Wave Circuits", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 43, No. 9, 1995.
- 8.8 I. Huynen, A. Vander Vorst, "A Four-Port Scattering Matrix Formalism for p-i-n Traveling-Wave Photodetectors", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, No. 6, 2000.
- 8.9 L. Abbal, J.-C. Mollier, "S-Parameters Characterization of Microwave Photonics Networks", *Proceedings of 32nd European Microwave Conference*, 2002.
- 8.10 P.D. Hale, D.F. Williams, "Calibrated Measurement of Optoelectronic Frequency Response", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 51, No. 4, April 2003.
- 8.11 S.F. Mingaleev, K. Busch, "Scattering matrix approach to large-scale photonic crystal circuits", *Optics Letters*, Vol. 28, No. 8, April 2003.
- 8.12 D.F. Williams et al., "Scattering-Parameter Models and Representations for Microwave Mixers", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 53, No. 1, 2005.
- 8.13 R.A. Minasian, "Photonic signal processing of microwave signals", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 54, No. 2, 2006.

- 8.14 A.J. Seeds, K.J. Williams, "Microwave photonics", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 24, 2006.
- 8.15 C.H. Cox III et al., "Limits on the Performance of RF-Over-Fiber Links and Their Impact on Device Design", (Invited Paper), *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 54, No. 2, 2006.
- 8.16 S.E. Kocabas et al., "Transmission Line and Equivalent Circuit Models for Plasmonic Waveguide Components", *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, Vol. 14, No. 6, 2008.
- 8.17 K. Madziar, B. Galwas, "Optimization and improvement of operation in microwave oscillators by using optical analog link", *Proceedings of 17th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications*, 2008.
- 8.18 S. Iezekiel, "Measurement of Microwave Behavior in Optical Links", *IEEE Microwave Magazine*, 2008.
- 8.19 B. Galwas, J. Piotrowski, K. Madziar, „Mikrofalowy model analogowych łączó światłowodowych”, *Elektronika Konstrukcje Technologie Zastosowania*, Vol. 49, nr 9, 2008.
- 8.20 N.F. Wu, Q.Y. Fan, B. Li, "Measurement of analog fiber-optic link for broadband microwave signal transmission", *Proceedings of IEEE International Conference on Microwave Technology & Computational Electromagnetics*, May 2011.
- 8.21 K. Madziar, B. Galwas, "Characterization of analog optical links and their applications in microwave oscillators", *Proceedings of 19th International Conference on Microwave Radar and Wireless Communications (MIKON)*, Vol. 1, 2012.
- 8.22 K. Madziar, B. Galwas, T. Osuch, "Fiber Bragg Gratings Based Tuning of an Optoelectronic Oscillator", *Proceedings of 2014 20th Int. Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communication*, 2014.
- 8.23 S.R. Huisman et al., "Programmable multiport optical circuits in opaque scattering materials", *Optics Express*, Vol. 23, No. 3, 2015.