

# Rozdział 5

## Dwuwrotniki i wielowrotniki mikrofalowe

### 5.1. Wprowadzenie

Rozdział 5 poświęcony jest opisowi narzędzi, którymi posługuje się teoria obwodów mikrofalowych. Czy obwody mikrofalowe mają swoją własną teorię, inną niż znana teoria z prawami Ohma i Kirchoffa? Nie, teoria obwodów jest jedna i ta sama. Narzędzia teorii obwodów o stałych skupionych muszą być po prostu wzbogacone o nowe elementy, jeśli do obwodów tych wprowadzamy odcinki linii długich. Po dodaniu nowych elementów teoria obwodów staje się bardziej uniwersalna.

W przedstawionym materiale trzy elementy są szczególnie istotne, warte zapamiętania i zrozumienia. Należy przyswoić sobie w szczególności:

- ✓ pojęcie macierzy rozproszenia i interpretację fizyczną zespolonych współczynników tej macierzy,
- ✓ umiejętność posługiwania się grafami przepływu sygnału,
- ✓ pojęcia stabilności.

Opanowanie materiału rozdziału 5 pozwoli zrozumieć działania złożonych układów modulatorów, nadajników i odbiorników.

### 5.2. Dwuwrotnik i jego macierze $[Z]$ , $[Y]$ i $[A]$

#### 5.2.1. Co to jest dwuwrotnik

W zakresach wysokich częstotliwości pojęcie dwójnika, elementu dwuzaciskowego zastępujemy jednowrotnikiem. Postępujemy tak, gdyż w wielu przypadkach nie potrafimy w strukturze fizycznej elementu mikrofalowego wyodrębnić pary zacisków (co jest „zaciskiem” w falowodzie cylindrycznym?). Łatwiej jest określić położenie **płaszczyzny odniesienia** (zwykle prostopadłej do płaszczyzny propagacji fali), zwanej także wrotami, względem której określamy właściwości elementu.

Podobnie wprowadzamy i używamy pojęcia **dwuwrotnika** raczej niż czwórnik. W tym przypadku zamiast dwu par zacisków pojawiają się płaszczyzny odniesienia ( $T_1$  i  $T_2$ ).

Na rys. 5.1 pokazano dwuwrotnik mikrofalowy jako element obwodu połączony z dwiema często różnymi przewodnicami mikrofalowymi o impedancjach charakterystycznych  $Z_{01}$  i  $Z_{02}$ . W jednorodnych przewodnicach prowadzących do obszaru nieciągłości wybrano dwie płaszczyzny odniesienia  $T_1$  i  $T_2$ . W płaszczyznach tych określono zespolone amplitudy sinusoidalnie zmiennych prądów  $I_1$ ,  $I_2$  oraz napięć  $U_1$ ,  $U_2$  dla sygnału o określonej częstotliwości.



Rys. 5.1. Napięcia i prądy we wrotach dwuwrotnika.

Przyjmujemy, że opisywany dwuwrotnik jest liniowy, co oznacza, że obowiązuje prawo Ohma, zgodnie z którym amplitudy napięcia i prądu połączone są związkiem liniowym. Dwuwrotnik może zawierać elementy aktywne, diody, tranzystory. Jest on wtedy liniowy w zakresie małych amplitud sygnałów. Naszym celem jest opisanie parametrami właściwości dwuwrotnika mikrofalowego. Jednakże należy pamiętać, że impedancje charakterystyczne  $Z_{01}$  i  $Z_{02}$  dołączonych do dwuwrotnika przewodnic mają wpływ na wartości opisujących go parametrów.

## 5.2.2. Macierz impedancyjna $[Z]$

Macierze impedancyjna, admitancyjna i łańcuchowa są powszechnie stosowane w teorii obwodów o stałych skupionych. Można je także stosować jako formy opisu właściwości obwodów o stałych rozłożonych, pamiętając jednak o tym, że występujące w nich impedancje (admitancje) nie mają odpowiedników w elementach przedstawionego obwodu. Jest tak z dwu zasadniczych powodów.

1. Pojawiające się impedancje będą określone jako stosunki pewnych unormowanych napięć i prądów. Normowanie to może być przeprowadzone w rozmaity sposób. Dla każdego ze sposobów otrzymuje się inne wartości impedancji.
2. Wartości impedancji zależą od doboru płaszczyzn odniesienia; przesunięcie tych płaszczyzn zmienia otrzymane wyniki.

Prądy i napięcia pokazane na rys. 5.1 można ze sobą związać następującymi równaniami:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2; \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2; \end{aligned} \quad (5-1)$$

Równania te można zapisać w formie macierzowej  $[U] = [Z][I]$ :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}; \quad (5-2)$$

Cztery współczynniki równań (5-1) i (5-2) mają wymiar impedancji; tworzą one kwadratową macierz impedancyjną  $[Z]$ .

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}; \quad (5-3)$$

### 5.2.3. Macierz admitancyjna [Y]

Prądy i napięcia pokazane na rys. 5.1 można ze sobą zwi z c innym układem r wna n:

$$I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2; \quad (5-4)$$

$$I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2;$$

lub inaczej w formie macierzowej  $[I] = [Y][U]$ :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}; \quad (5-5)$$

Cztery współczynniki r wna n (5-4) i (5-5) mają wymiar admitancji i tworzą kwadratową macierz admitancyjną:

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}; \quad (5-6)$$

Znając macierz  $[Z]$ , można obliczyć wyrazy macierzy  $[Y]$  i na odwrot. Odpowiednie wzory można znale c w wielu podręcznikach.

### 5.2.4. Macierz łańcuchowa [A]

Napięcie  $U_1$  i prąd  $I_1$  we wrotach wejściowych dwuwrotnika można połączy  z napięciem  $U_2$  i prądem  $I_2$  we wrotach wyjściowych następującymi równaniami:

$$U_1 = A_{11}U_2 + A_{12}(-I_2); \quad (5-7)$$

$$I_1 = A_{21}U_2 + A_{22}(-I_2);$$

Współczynniki  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{21}$  i  $A_{22}$  występujące w tych równaniach tworzą kwadratową macierz łańcuchową  $[A]$ , co pozwala zapisać te równania inaczej:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}; \quad (5-8)$$

Wyrazy  $A_{11}$  i  $A_{22}$  są bezwymiarowe, wyraz  $A_{12}$  ma wymiar impedancji, a wyraz  $A_{21}$  – admitancji.

Jedną z zalet macierzy łańcuchowej polega na tym, że przy łańcuchowym połączeniu dwuwrotników o macierzach  $[A_1]$ ,  $[A_2]$ , ...,  $[A_n]$  macierz wypadkową  $[A]$  łańcucha oblicza się jako:

$$[A] = [A_1][A_2][A_3] \dots [A_n]; \quad (5-9)$$

Dwuwrotniki, których wyrazy macierzy  $[Z]$ ,  $[Y]$  i  $[A]$  spełniają warunki (5-10), nazywane są odwracalnymi:

$$\begin{aligned} Z_{12} &= Z_{21}; \\ Y_{12} &= Y_{21}; \\ \det[A] &= A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1; \end{aligned} \quad (5-10)$$

W wielu przypadkach przyjmujemy, że dwuwrotniki są bezstratne. Rzeczywiste obwody mikrofalowe pracujące w systemach transmisji mocy zawsze pochłaniają część, choćby niewielką, mocy. Założenie bezstratności spełnione jest jedynie w przybliżeniu. Często jednak przyjmuje się je, ponieważ upraszcza wartości impedancji i admitancji macierzy  $[Z]$  i  $[Y]$ , obwody zastępcze i procedurę obliczeń.

Warunki bezstratności dwuwrotników można zapisać następująco:

- impedancje macierzy  $[Z]$  są reaktancjami,
- admitancje macierzy  $[Y]$  są susceptancjami,
- wyrazy macierzy  $[A]$ :  $A_{12}$  i  $A_{21}$  są urojone,  $A_{11}$  i  $A_{22}$  są rzeczywiste.

Macierze  $[Z]$ ,  $[Y]$  itp. stosowane w teorii obwodów o stałych skupionych mogą być wykorzystane do opisu właściwości obwodów wysokich częstotliwości.

## 5.3. Macierze rozproszenia $[S]$ dwuwrotnika

### 5.3.1. Definicja macierzy rozproszenia

Typową dla techniki mikrofalowej formą opisu własności wielowrotników są macierze rozproszenia. Wynika to z następujących przyczyn:

- współczynniki macierzy rozproszenia mają prostą interpretację fizyczną, są bezpośrednio związane z takimi parametrami, jak rozkłady napięć i prądów czy też moce fal rozchodzących się w przewodnicach dołączonych do dwuwrotnika,
- współczynniki macierzy rozproszenia można łatwo i bezpośrednio (w przeciwieństwie np. do impedancji) zmierzyć.

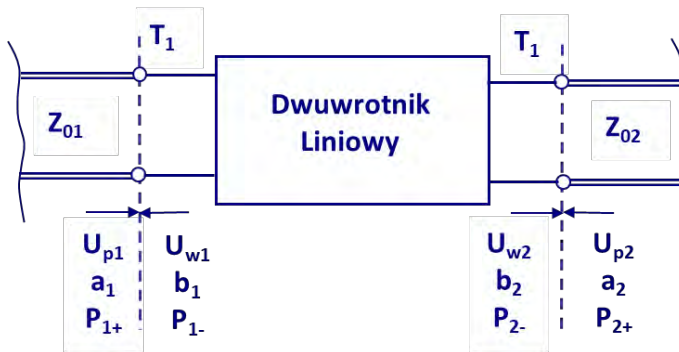
W tym punkcie zdefiniowana zostanie macierz rozproszenia dla dwuwrotnika. W analogiczny sposób można ją zdefiniować dla wielowrotnika.

Do oznaczeń prądów i napięć dwuwrotnika z rys. 5.1 dodano nowe, co pokazano na rys. 5.2. Zespolone amplitudy fal padających  $U_{p1}$ ,  $U_{p2}$  i odbitych  $U_{w1}$ ,  $U_{w2}$  normalizujemy w stosunku do impedancji charakterystycznych w sposób opisany równaniami (5-11):

$$a_1 = \frac{U_{p1}}{\sqrt{Z_{01}}}; \quad a_2 = \frac{U_{p2}}{\sqrt{Z_{02}}}; \quad (5-11)$$

$$b_1 = \frac{U_{w1}}{\sqrt{Z_{01}}}; \quad b_2 = \frac{U_{w2}}{\sqrt{Z_{02}}};$$

Nowe wielkości  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  i  $b_2$  nazywane są znormalizowanymi amplitudami fal.



**Rys. 5.2.** Fale i moce we wrotach  $T_1$  i  $T_2$  dwuwrotnika.

Prądy  $I_1$ ,  $I_2$  oraz napięcia  $U_1$ ,  $U_2$  z rys. 5.1. można związać z nowymi zmiennymi następującymi równaniami:

$$U_1 = (a_1 + b_1)\sqrt{Z_{01}}; \quad U_2 = (a_2 + b_2)\sqrt{Z_{02}}; \quad (5-12)$$

$$I_1 = (a_1 - b_1)\sqrt{Y_{01}}; \quad I_2 = (a_2 - b_2)\sqrt{Y_{02}};$$

Dodajmy jeszcze zależności na moce, które niosą fale w przewodnicach:

$$P_{1+} = \frac{|U_{p1}|^2}{2Z_{01}} = \frac{|a_1|^2}{2}; \quad P_{2+} = \frac{|U_{p2}|^2}{2Z_{02}} = \frac{|a_2|^2}{2}; \quad (5-13)$$

$$P_{1-} = \frac{|U_{w1}|^2}{2Z_{01}} = \frac{|b_1|^2}{2}; \quad P_{2-} = \frac{|U_{w2}|^2}{2Z_{02}} = \frac{|b_2|^2}{2};$$

Amplitudy  $b_1$  i  $b_2$  związane są z amplitudami  $a_1$  i  $a_2$  równaniami definicyjnymi:

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2; \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2; \end{aligned} \tag{5-14}$$

Równania te można zapisać w postaci macierzowej  $[b] = [S][a]$ .

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \tag{5-15}$$

W zapisie powyższym wprowadzono cztery współczynniki  $S_{11}$ - $S_{22}$ , które tworzą macierz rozproszenia  $[S]$ ;

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}; \tag{5-16}$$

Współczynniki macierzy  $[S]$  nazywane są **współczynnikami rozproszenia**:

- $S_{11}$  i  $S_{22}$  nazywane są **reflektancjami**, bo opisują efekty odbić sygnałów,
- $S_{12}$  i  $S_{21}$  nazywane są **transmitancjami**, bo opisują transmisję sygnału przez dwuwrotnik.

### 5.3.2. Właściwości macierzy rozproszenia

Współczynniki macierzy rozproszenia mają prostą interpretację fizyczną. Przyjmijmy najpierw, że  $a_2 = 0$ . Z równania (5-14) możemy wyznaczyć wartość  $S_{11}$ :

$$S_{11} = \Gamma_1|_{a_2=0} = \frac{b_1}{a_1}; \tag{5-17}$$

Równanie (5-17) interpretujemy w taki sposób, że  $S_{11}$  jest współczynnikiem odbicia widzianym w tych warunkach w płaszczyźnie  $T_1$ , co tłumaczy nazwę współczynnika: reflektancja. Ponadto  $S_{11}$  pozwala obliczyć moc odbitą od dwuwrotnika:

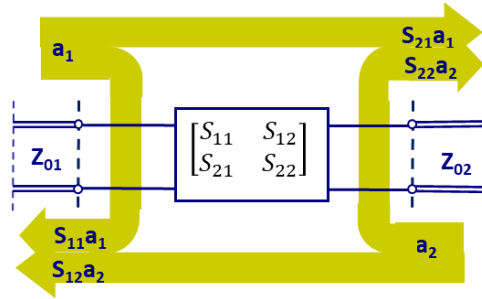
$$P_{1-} = P_{1+}|S_{11}|^2; \tag{5-18}$$

Współczynnik  $S_{12}$  – transmitancja – pozwala obliczyć część mocy, która przejdzie do obciążenia umieszczonego we wrotach wyjściowych:

$$P_{2-} = P_{1+}|S_{21}|^2; \tag{5-19}$$

W podobny sposób, przyjmując, że  $a_1 = 0$ , można znaleźć, że współczynnik odbicia widziany we wrotach wyjściowych równy jest  $S_{22}$ , a  $S_{12}$  określa transmisję mocy do wrot wejściowych.

Na rys. 5.3 przedstawiono graficzną ilustrację transmisji sygnału w dwuwrotniku, do którego dopływają sygnały z obu przewodnic, między którymi został włączony.



**Rys. 5.3.** Graficzna interpretacja transmisji sygnałów w dwuwrotniku, do którego dopływają sygnały  $a_1$  i  $a_2$  z obu przewodnic falowych.

Ważną właściwością pewnej klasy dwuwrotników jest ich **odwracalność**. Użyjemy terminu dwuwrotnik odwracalny, jeżeli  $S_{12} = S_{21}$ , co oznacza, że transmisja sygnałów zachodzi w identyczny sposób w obie strony.

Kolejną istotną grupą w klasie dwuwrotników odwracalnych są dwuwrotniki bezstratne. Aby wyjaśnić znaczenie pojęcia **bezstratności**, przyjmijmy, że  $P_{2+} = 0$ , do dwuwrotnika doprowadzono moc  $P_{1+}$ , i że żadna część mocy padającej  $P_{1+}$  nie została pochłonięta.

Bilans mocy wygląda następująco.

$$P_{1+} = P_{1-} + P_{2-};$$

$$1 = |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2;$$
(5-20)

Drugie z równań napisano po podzieleniu obu stron pierwszego przez  $P_{1+}$ .

Można napisać podobny bilans po doprowadzeniu mocy od strony portu wyjściowego. Otrzymamy wtedy pierwsze z równań warunków (5-21). Ponieważ z założenia dwuwrotnik jest odwracalny, to na podstawie bilansów mocy można napisać drugi z warunków (5-21). Wreszcie ostatni z warunków bezstratności (5-21), który podamy bez dowodu, wiąże ze sobą argumenty  $\phi_{11}$ ,  $\phi_{12}$  i  $\phi_{22}$  współczynników rozproszenia  $S_{11}$ ,  $S_{12}$  i  $S_{22}$ .

$$1 = |S_{22}|^2 + |S_{12}|^2;$$

$$|S_{11}| = |S_{22}|;$$

$$\phi_{11} + \phi_{22} - 2\phi_{12} = \pm\pi$$
(5-21)

W praktyce spotykamy dwuwrotniki, które nazywamy **symetrycznymi**. Zwykle ich struktura i wymiary wskazują na symetrię fizyczną. W sensie mikrofalowym warunek symetrii zapisuje się współczynnikami macierzy rozproszenia jako:  $S_{11} = S_{22}$ .

Dodajmy jeszcze jedną właściwość: macierz rozproszenia jest **unitarna**, to znaczy:

$$[S][S^*] = [1]; \quad (5-22)$$

Podsumujmy powyższe wywody, określając w tabeli 5.1 liczbę niezależnych parametrów opisujących jednoznacznie właściwości dwuwrotnika mikrofalowego.

**Tabela 5.1.** Ilustracja wpływu właściwości dwuwrotnika na liczbę niezależnych parametrów

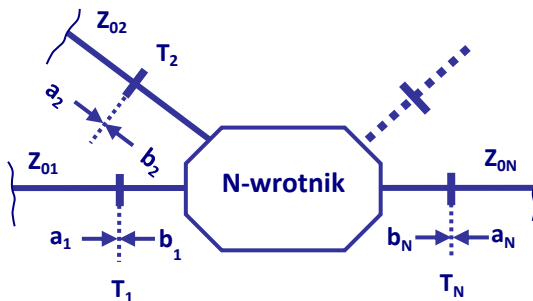
Typ dwuwrotnika	Parametry niezależne
Dwuwrotnik	$ S_{11} ,  S_{12} ,  S_{21} ,  S_{22} , \phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{21}, \phi_{22}$
Dwuwrotnik odwracalny	$ S_{11} ,  S_{12} ,  S_{21} , \phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{22}$
Dwuwrotnik odwracalny i symetryczny	$ S_{11} ,  S_{12} , \phi_{11}, \phi_{12}$
Dwuwrotnik odwracalny i bezstratny	$ S_{11} ,  S_{12} , \phi_{11}$
Dwuwrotnik odwracalny, bezstratny i symetryczny	$ S_{11} , \phi_{11}$

W ogólnym przypadku dwuwrotnik opisany jest 4 liczbami zespolonymi, a więc 8 parametrami. W szczególnych przypadkach liczba niezależnych parametrów maleje. W dwuwrotniku odwracalnym, bezstratnym i symetrycznym liczba niezależnych parametrów maleje do dwóch. W tabeli 5.1 zestawiono wszystkie omówione przypadki.

### 5.3.3. Macierz rozproszenia wielowrotnika

Macierz rozproszenia dla wielowrotnika można zdefiniować w analogiczny sposób, jak dla dwuwrotnika. Dla pokazanego na rys. 5.4 n-wrotnika określono w N-prowadnicach prowadzących do obszaru ich połączenia:

- N płaszczyzn odniesienia:  $T_1, T_2, \dots, T_N$ ,
- N unormowanych, zespolonych amplitud fal padających  $a_1, a_2, \dots, a_N$ ,
- N unormowanych, zespolonych amplitud fal odbiegających  $b_1, b_2, \dots, b_N$ .



**Rys. 5.4.** Oznaczenie płaszczyzn odniesienia i amplitud fal we wrotach n-wrotnika.



Amplitudy fal padających tworzą macierz kolumnową  $[a]$ , amplitudy fal odbitych tworzą macierz kolumnową  $[b]$ . Obie macierze połączone są zależnością  $[b] = [S][a]$ , definiującą kwadratową macierz  $[S]$  współczynników rozproszenia  $n$ -wrotnika.

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}; \quad (5-23)$$

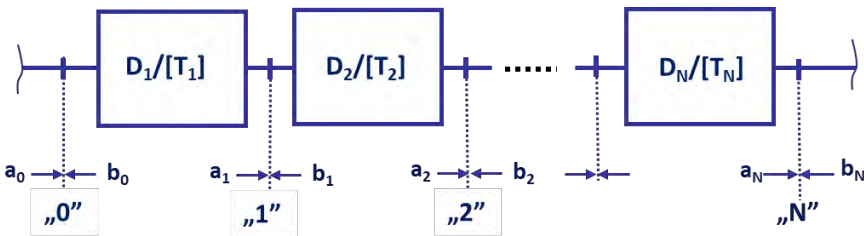
Liczba zespolonych współczynników macierzy  $[S]$   $n$ -wrotnika równa jest  $N^2$ , co oznacza  $2N^2$  niezależnych parametrów  $n$ -wrotnika. Gdy  $n$ -wrotnik jest odwracalny, jego transmisjancje są parami równe sobie:

$$S_{ik} = S_{ki}; \quad (5-24)$$

Liczba niezależnych parametrów macierzy maleje i wynosi tylko  $N(N+1)$ . Gdy dodatkowo przyjmiemy warunek bezstratności liczba niezależnych parametrów maleje do  $N(N+1)/2$ .

### 5.3.4. Macierz transmisyjna

Macierz transmisyjna, podobnie jak macierz rozproszenia, wiąże ze sobą zespolone i unormowane amplitudy napięć fal rozchodzących się w przewodnicach falowych połączonych z dwuwrotnikiem. Jednakże inny dobór par amplitud zmienia charakter uzyskanych zależności. Aby zapoznać się z właściwościami tej macierzy, rozpatrzmy układ  $N$  dwuwrotników połączonych łańcuchowo, jak pokazano na rys. 5.5.



**Rys. 5.5.** Łańcuchowe połączenie  $N$  dwuwrotników  $D_1, D_2, \dots, D_N$ , opisanych macierzami transmisyjnymi  $T_1, T_2, \dots, T_N$ .

W kolejnych płaszczyznach odniesienia „0”, „1”, ..., „N” oznaczono symbolami  $a_0, a_1, \dots, a_N$  amplitudy fal biegnących od portu „0” w stronę dwuwrotnika  $D_N$ . (Uwaga: inaczej niż w przypadku oznaczeń przy definiowaniu macierzy rozproszenia). Amplitudy fal biegnących w przeciwną stronę oznaczono jako  $b_0, b_1, \dots, b_N$ .

Przyjmijmy teraz, że port „0” jest wejściowym i chcemy obliczyć amplitudy  $a_1$  i  $b_1$  w funkcji  $a_0$  i  $b_0$ . Otrzymujemy następujący związek:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = [T_1] \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix}; \quad (5-25)$$

Właściwości dwuwrotnika  $D_1$  opisano tutaj macierzą kwadratową nazywaną macierzą transmisyjną  $[T]$ .

Cztery wyrazy macierzy  $[T_1]$  są bezwymiarowymi liczbami zespolonymi. Można je po- wiązać z wyrazami macierzy rozproszenia  $[S]$ , w postaci związków:

$$[T_1] = \begin{bmatrix} S_{21} - S_{11}S_{22}/S_{12} & S_{22}/S_{12} \\ -S_{11}/S_{12} & 1/S_{12} \end{bmatrix}; \quad (5-26)$$

Zaletą macierzy transmisyjnej jest łatwość obliczania macierzy  $[T_{1-N}]$  transmisji sygnału przez łańcuch połączonych ze sobą  $N$  dwuwrotników, jak pokazano na rys. 5.5.

$$\begin{bmatrix} a_N \\ b_N \end{bmatrix} = [T_{1-N}] \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = [T_1][T_2] \times \dots \times [T_N] \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix}; \quad (5-27)$$

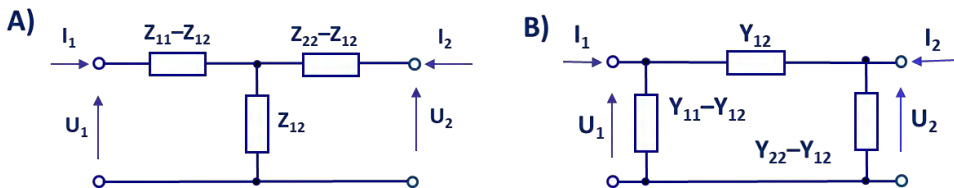
$$[T_{1-N}] = [T_1][T_2] \times \dots \times [T_N];$$

Macierze rozproszenia i transmisyjne opisują ten sam proces transmisji sygnału przez dwuwrotnik. Te pierwsze są częściej wykorzystywane do opisu złożonych układów mikro- falowych. Użycie grafów przepływu sygnału ułatwia obliczenia i ich interpretację.

## 5.4. Obwody zastępcze

### 5.4.1. Obwody zastępcze T i $\pi$

Znajomość współczynników macierzy impedancyjnej  $[Z]$  i admitancyjnej  $[Y]$  dwuwrotnika umożliwia skonstruowanie uniwersalnych obwodów zastępczych typu T i  $\pi$ . Obwody takie pokazano na rys. 5.6.



Rys. 5.6. Obwody zastępcze dwuwrotników nieodwracalnych. A) Obwód typu T. B) Obwód typu  $\pi$ .

W ogólnym przypadku, gdy dwuwrotniki są nieodwracalne, w ich obwodach zastępczych muszą występować źródła prądowe lub napięciowe:

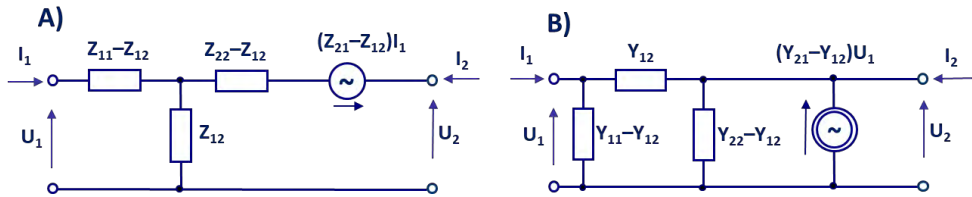
- w obwodach typu T: źródło napięciowe sterowane prądem wejściowym  $I_1$ ,
- w obwodach typu  $\pi$ : źródło prądowe sterowane napięciem wejściowym  $U_1$ .

Impedancje występujące w obwodzie zwykle nie mają interpretacji fizycznej i nie są związane z fizycznymi składnikami elementu opisanego obwodem zastępczym.

W przypadku dwuwrotników odwracalnych, gdy:

$$Z_{12} = Z_{21}; \quad Y_{12} = Y_{21}; \quad (5-28)$$

źródła znikają i obwody zastępcze upraszczają się – rys. 5.7.



Rys. 5.7. Obwody zastępcze dwuwrotników odwracalnych. A) Obwód typu T. B) Obwód typu  $\pi$ .

Dla dwuwrotników odwracalnych i bezstratnych wszystkie występujące impedancje są reaktancjami, a admitancje – susceptancjami.

### 5.4.2. Twierdzenie o transformatorze

Obwody zastępcze dwuwrotników bezstratnych, występujących w wielu praktycznych rozwiązaniach układów mikrofalowych, mają swoje cechy charakterystyczne, którym warto poświęcić trochę uwagi.

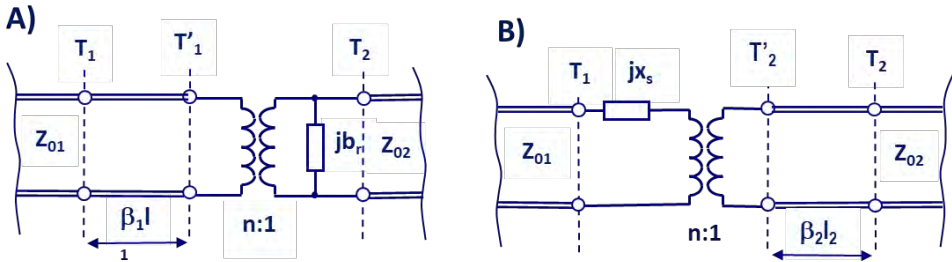
Zgodnie z **twierdzeniem o transformatorze**, dla każdego odwracalnego i bezstratnego dwuwrotnika można wyznaczyć w prowadnicach wejściowej i wyjściowej nowe płaszczyzny odniesienia mające tę właściwość, że impedancja wejściowa różni się od wyjściowej o stały czynnik rzeczywisty.

Na rys. 5.8A pokazano obwód dwuwrotnika bezstratnego między płaszczyznami odniesienia  $T_1$  i  $T_2$ , utworzonego przez bliżej nieokreślone nieciągłości między dwiema prowadnicami falowymi. W oparciu o twierdzenie o transformatorze wyznacza się prosty obwód zastępczy z idealnym transformatorem, umieszczonym między specjalnie znalezionymi płaszczyznami odniesienia  $T'_1$  i  $T'_2$ , odległymi odpowiednio o  $l_{10}$  i  $l_{20}$  od płaszczyzn  $T_1$  i  $T_2$ .

Dla dobrego idealnego transformatora o przekładni  $n$  można napisać zależność (5-29):

$$Z(l_{10}) = n^2 Z(l_{20}); \quad (5-29)$$

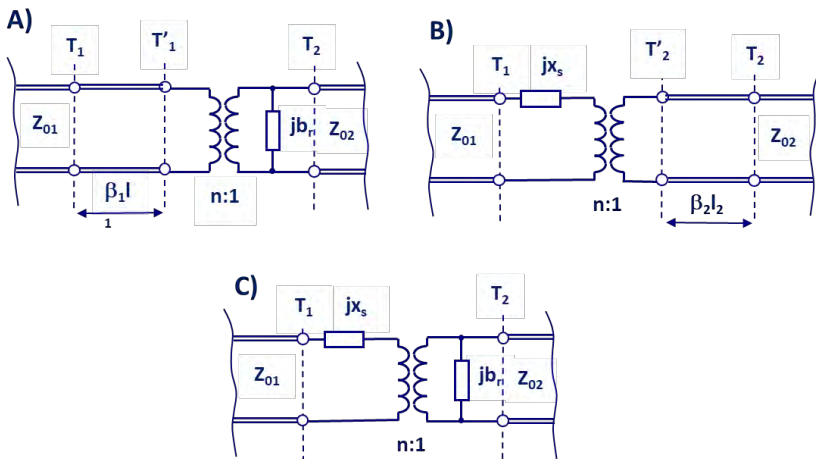
Powstał w ten sposób obwód zastępczy przedstawiony na rys. 5.8B, o uniwersalnej strukturze, opisany trzema parametrami  $n^2$ ,  $\beta_1 l_{10}$ ,  $\beta_2 l_{20}$ . Struktura obwodu zastępczego jest taka sama dla każdej częstotliwości, natomiast wartości jego parametrów zmieniają się z częstotliwością.



**Rys. 5.8.** Obwód zastępczy z transformatorem. **A)** Dwuwrotnik z płaszczyznami odniesienia. **B)** Obwód zastępczy z idealnym transformatorem.

### 5.4.3. Obwody zastępcze dwuwrotnika bezstratnego

Obwody zastępcze dwuwrotników o stałych skupionych składają się z takich elementów jak: pojemności  $C$ , indukcyjności  $L$ , rezystancje  $R$ , idealne transformatory, idealne źródła prądowe i napięciowe. Odpowiednia kompozycja tych elementów ma możliwie wiernie odtworzyć ich rzeczywiste zachowanie. Jednakże w wielu przypadkach zachowanie się rzeczywistych układów jest złożone w takim stopniu, że wszystkie wymienione elementy nie pozwalają na odtworzenie go z odpowiednią dokładnością.



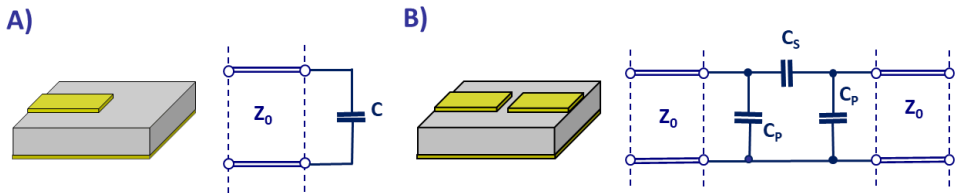
**Rys. 5.9.** Różne postacie obwodów zastępczych dwuwrotników bezstratnych. **A)** Obwód opisany przez:  $n$ ,  $b_r$  i  $\beta_1 l_1$ . **B)** Obwód opisany przez:  $n$ ,  $x_s$  i  $\beta_2 l_2$ . **C)** Obwód opisany przez:  $n$ ,  $x_s$  i  $b_r$ .

Zauważmy, że w obwodzie z rys. 5.8B elementami obwodu zastępczego są odcinki linii długiej. Są to elementy wprowadzone przez „elektronikę propagacyjną”, uwzględniającą czas przepływu sygnału i wzbogacające arsenal narzędzi służących do konstruowania obwodów zastępczych. Najczęściej można znaleźć kilka różnych obwodów zastępczych opisujących właściwości rzeczywistego dwuwrotnika.

Przedstawione na rys. 5.9 kolejne trzy obwody zastępcze są uniwersalne, można je stosować do każdego dwuwrotnika bezstratnego.

#### 5.4.4. Obwody zastępcze nieciągłości linii mikropaskowej

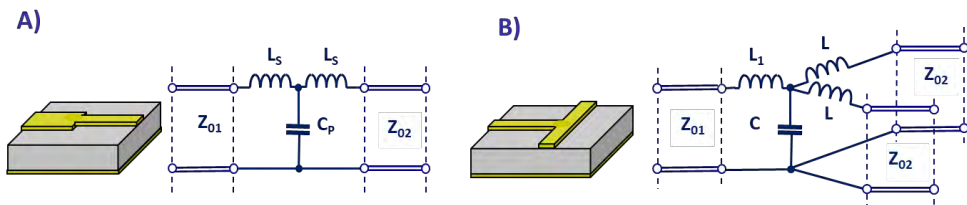
Opis struktur i właściwości obwodów zastępczych można zakończyć prezentacją kilku wybranych obwodów elementów spotykanych w praktycznych realizacjach układów mikrofalowych.



**Rys. 5.10.** Obwody zastępcze nieciągłości w linii paskowej. **A)** Obwód zastępczy linii rozwartej. **B)** Obwód zastępczy szczeliny w linii.

Na rys. 5.10A pokazano linię mikropaskową rozwartą. Jak wiemy, napięcie w punkcie rozwarcia osiąga wartość maksymalną, ale pole elektryczne wnika w obszar poza linię. W obwodzie zastępczym pole to reprezentowane jest przez dodatkową pojemność  $C$ .

Pokazana na rys. 5.10B szczelina sprzęgająca ze sobą dwa odcinki linii mikropaskowej tworzy prostą strukturę bezstratnego i symetrycznego dwuwrotnika. Obwód zastępczy typu  $\pi$  utworzony przez 3 pojemności dobrze opisuje jego właściwości.



**Rys. 5.11.** Obwody zastępcze elementów struktur linii mikropaskowej. **A)** Obwód zastępczy skokowej zmiany szerokości paska. **B)** Obwód zastępczy rozgałęzienia typu T.

Kolejne obwody pokazano na rys. 5.11A i rys. 5.11B. Analiza polowa nieciągłości w liniach mikropaskowych, także w innych rodzajach przewodnic, wykazuje, że dokładne opisanie zachowania tych nieciągłości w szczególności w wyższych pasmach częstotliwości wymaga

istotnego skomplikowania ich obwodów zastępczych, tak jak to pokazują powyższe rysunki. W opisie działania mikropaskowych obwodów dopasowujących przedstawionym w rozdziale 4 wykorzystano proste obwody zastępcze. W programie obliczeń z wykresem Smitha także korzystano z prostych obwodów zastępczych elementów o stałych skupionych i nieciągłości linii mikropaskowej.

## 5.5. Grafy przepływu sygnału

### 5.5.1. Podstawowe definicje

**Graf przepływu sygnału** jest graficznym przedstawieniem związków występujących między pewną liczbą zmiennych. Jeżeli zależności między zmiennymi są liniowe, to graf reprezentuje układ liniowych równań algebraicznych. Korzyści takiego przedstawienia są dwojakie:

- graf pozwala prosto interpretować zapisane w ten sposób związki,
- ułatwia znalezienie rozwiązania.

Graf przepływu sygnału jest siecią **skierowanych gałęzi**, które łączą między sobą **węzły**. Gałąź jak ma swój początek w węźle „j”, a kończy się w węźle „k”. Kierunek od „j” do „k” wskazuje strzałka. **Węzeł** reprezentuje zmienną, gałąź wskazuje związek między dwiema zmiennymi.

Rozważmy prosty związek liniowy:

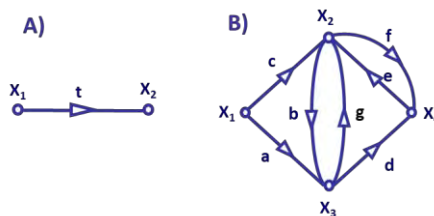
$$x_1 t = x_2; \quad (5-30)$$

Graf tej zależności pokazano na rys. 5.12A. Każdej gałęzi przyporządkowana jest transmisja gałęzi, w tym przypadku  $t$ .

Rozpatrzmy następnie układ 3 równań liniowych, wiążących ze sobą cztery zmienne:  $x_1, x_2, x_3$  i  $x_4$ .

$$\begin{aligned} x_3 &= x_1 a + x_2 b; \\ x_2 &= x_1 c + x_3 g + x_4 e; \\ x_4 &= x_2 f + x_3 d; \end{aligned} \quad (5-31)$$

Powyższy układ równań został przedstawiony na rys. 5.12B jako graf przepływu sygnału.

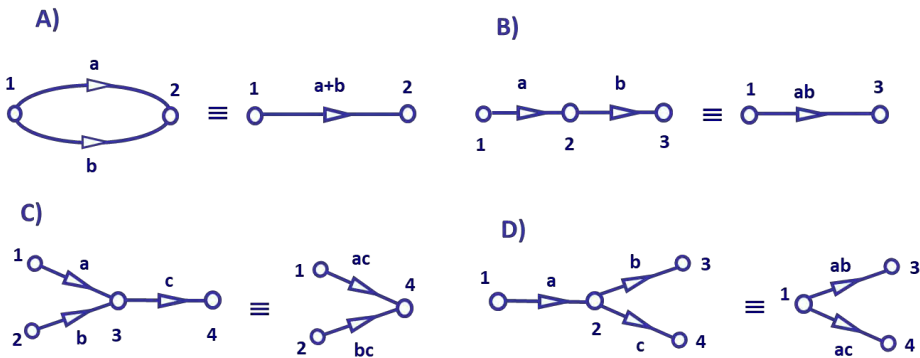


**Rys. 5.12.** Ilustracja sposobu tworzenia grafu. **A)** Graf opisuje związek 2 zmiennych. **B)** Graf jako reprezentacja układu równań (5-31).

Węzłami są zmienne  $x_1, x_2, x_3$  i  $x_4$ , transmisje gałęzi oznaczono literami od a do g.

### 5.5.2. Podstawowe działania

Na rys. 5.13 pokazano najważniejsze operacje dokonywane na grafach. Na rys. 5.13A pokazano operację dodawania. Węzły „1” i „2” połączone są dwoma gałęziami o transmisji a i b. Można zastąpić taki układ gałęzi jedną gałęzią łączącą oba węzły o transmisji równej sumie transmisji gałęzi ( $a+b$ ). Na rys. 5.13B pokazano operację mnożenia. Sygnał płynie od węzła „1” poprzez węzeł „2” do węzła „3” gałęziami o transmisjach a i b. Taki graf można zastąpić prostym grafem, w którym węzły „1” i „3” połączone gałęzią o transmisji równej iloczynowi  $ab$ .



**Rys. 5.13.** Podstawowe działania na grafach. **A)** dodawanie. **B)** mnożenie. **C)** wchłonięcie węzła „3”. **D)** wchłonięcie węzła „2”.

Na rys. 5.13C pokazano operację wchłonięcia węzła „3”. Sygnał płynie z węzłów „1” i „2” przez węzeł „3” do węzła „4”. Po wchłonięciu węzła „3” zachowana zostanie droga przepływu sygnału i transmisja obliczona jako iloczyn transmisji gałęzi, przez które płynął sygnał. Na rys. 5.13D wskazano operację wchłonięcia węzła „2”. Przepływ sygnału od węzła „1” do węzłów „3” i „4” zostaje zachowany, a wypadkowa transmisja gałęzi równa jest iloczynowi transmisji gałęzi cząstkowych.

Wprowadzimy teraz nowy element grafu, **pętlę**.

$$x_2 = ax_1 + cx_3;$$

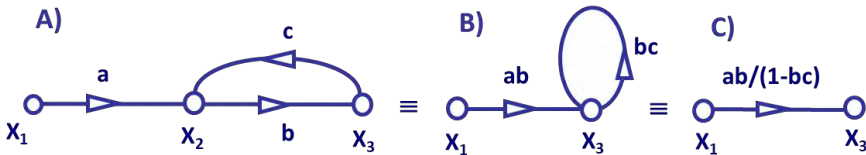
$$x_3 = bx_2; \tag{5-32}$$

Usuając z powyższych równań zmienną  $x_2$ , otrzymuje się równanie (5-33). W grafie usunięcie zmiennej  $x_2$  powoduje powstanie pętli o transmisji  $bc$  – rys. 5.14B. Współczynnik przy zmiennej  $x_1$  w równaniu (5-32) jest rozwiązaniem problemu.

$$x_3 = \frac{ab}{1 - bc} x_1; \quad (5-33)$$

Konstrukcja mianownika tego współczynnika uwzględnia transmisję pętli.

Na rys. 5.14 narysowano graf na podstawie dwóch równań (5-32).



**Rys. 5.14.** Pętla w strukturze grafu. **A)** Przykład powstawania pętli. **B)** Usunięcie wężła  $x_2$ . **C)** Obliczanie transmisji grafu z pętlą.

### 5.5.3. Elementy grafu

Rozwiązanie grafu polega na znalezieniu transmisji  $T$  między jego wybranymi węzłami:

$$T_{jk} = \frac{x_k}{x_j}; \quad (5-34)$$

W grafie na rys. 5.15 wybranymi węzłami są  $x_j$  i  $x_k$ . Transmisję sygnału  $T_{jk}$  między tymi węzłami określa związek (5-34).



**Rys. 5.15.** Graf z wyróżnionymi węzłami  $x_j$  i  $x_k$ .

Obliczenia transmisji  $T$  można dokonać dwiema drogami:

- wchłonąć wszystkie węzły, z wyjątkiem  $x_j$  i  $x_k$ ,
- obliczyć elementy strukturalne grafu i skorzystać z odpowiedniego wzoru opisanego regułą Masona.

Zaleca się stosowanie drugiego sposobu. Jego opis podany zostanie bez dowodu.

### 5.5.4. Reguła Masona

Elementami strukturalnymi grafu są ścieżki i pętli.

**Ścieżką** jest nazywana droga między węzłami  $x_j$  i  $x_k$ , utworzona przez gałęzie i węzły, przy czym gałęzie tworzące ścieżkę skierowane są zawsze w jedną stronę od  $x_j$  do  $x_k$ , a węzeł może być uwzględniony tylko jeden raz. **Transmisja ścieżki  $P$**  jest iloczynem transmisji gałęzi tworzących ścieżkę.

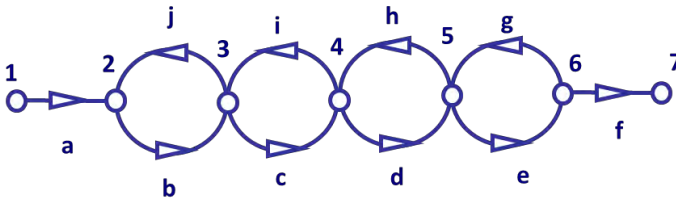


**Pętlę** tworzy dowolna zamknięta ścieżka, przy czym węzeł może być uwzględniony w ścieżce tylko jeden raz. **Transmisja pętli  $L$**  jest iloczynem transmisji gałęzi tworzących pętlę.

Reguła Masona opisuje ogólną strukturę zależności transmisji  $T_{jk}$  od wartości transmisji  $P$  ścieżek i  $L$  pętli grafu. Zależność ta zostanie przedstawiona na trzech przykładach, bez podawania dowodu.

### Przykład 1.

Na rys. 5.16 przedstawiono graf, na podstawie którego obliczymy transmisję  $T_{17}$  między węzłami „1” i „7”.



Rys. 5.16. Graf do przykładu 1.

Szukamy kolejno elementów grafu. Znajdujemy w grafie jedną ścieżkę  $P$  o transmisji  $P = abcdef$ . Znajdujemy następnie 4 pętle o transmisjach:  $L_1 = bc$ ;  $L_2 = cd$ ;  $L_3 = de$  i  $L_4 = ef$ . Szukana transmisja jest kombinacją transmisji ścieżki i pętli:

$$T_{17} = \frac{P}{1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1L_3 + L_1L_4 + L_2L_4)}; \quad (5-35)$$

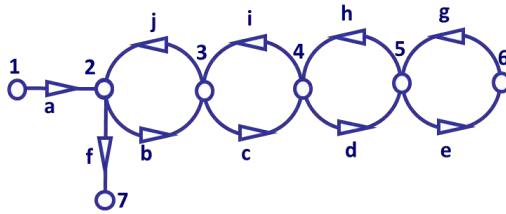
We wzorze (5-35):

- licznik jest transmisją ścieżki  $P$ ,
- mianownik ma 3 grupy wyrazów: zawsze 1, sumę transmisji wszystkich pętli  $\sum L_n$  ze znakiem „-”,
- sumę iloczynów transmisji  $\sum L_n L_m$  wszystkich niestykających się par pętli (par pętli niemających wspólnych węzłów) ze znakiem „+”, itd.

Jeżeli w grafie są trójki niestykających pętli, to kolejnym wyrazem mianownika jest suma iloczynów transmisji pętli tworzących trójkę, a przed sumą należy postawić znak „-”. Potem pojawią się kolejno czwórki, piątki, ze znakami zmieniającymi się na przemian.

### Przykład 2.

Graf na rys. 5.17 zbudowany jest nieco inaczej. Obliczamy dla niego także  $T_{17}$ . Znajdujemy jedną ścieżkę między węzłami „1” i „7” o transmisji  $P = af$ .



Rys. 5.17. Graf do przykładu 2.

Znajdujemy 4 pętle o transmisjach odpowiednio:  $L_1 = bj$ ;  $L_2 = ci$ ;  $L_3 = dh$ ,  $L_4 = eg$ . Szukana transmisja  $T_{17}$  ma postać:

$$T_{17} = \frac{P[1 - (L_2 + L_3 + L_4) + L_2L_4]}{1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1L_3 + L_1L_4 + L_2L_4)}; \quad (5-36)$$

Mianownik tego wyrażenia jest identyczny, jak poprzednio, natomiast licznik jest iloczynem  $P$  przez „zubożony” mianownik, w którym pominięto składniki zawierające pętle, z którymi ścieżka ma wspólne węzły. Ścieżka  $P$  ma wspólny węzeł z pętlą o transmisji  $L_1$ . Zubożony mianownik traci więc następujące składniki:  $L_1$ ,  $L_1L_3$  i  $L_1L_4$ . W grafie z rys. 5.16 ścieżka ma wspólne węzły ze wszystkimi pętlami, dlatego z mianownika pozostało 1.

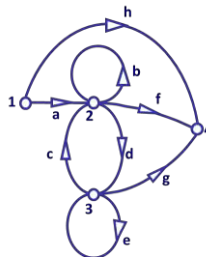
### Przykład 3.

Bardziej złożony graf pokazano na rys. 5.18. Poszukiwana jest transmisja  $T_{14}$ , między węzłami „1” i „4”. Węzły te łączą 3 ścieżki o transmisjach:  $P_1 = h$ ,  $P_2 = af$  i  $P_3 = adg$ .

Znajdujemy także 3 pętle o transmisjach odpowiednio:  $L_1 = b$ ,  $L_2 = cd$  i  $L_3 = e$ .

Transmisję  $T_{14}$  zapisujemy następująco:

$$T_{14} = \frac{P_1[1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_3] + P_2(1 - L_3) + P_3}{1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_3}; \quad (5-37)$$



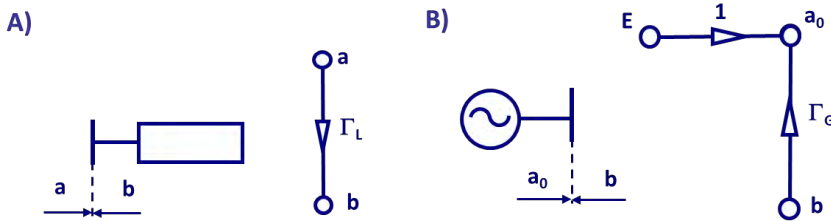
Rys. 5.18. Graf do przykładu 3.

Mianownik „budujemy” jak zwykle. Licznik ma tyle składników, ile jest ścieżek. Każdy składnik jest iloczynem transmisji ścieżki  $P$  przez odpowiednio „zubożony” mianownik, w którym transmisje pętli styčných przyjęto jako równe 0.

## 5.6. Grafy w obwodach mikrofalowych

### 5.6.1. Grafy prostych obwodów

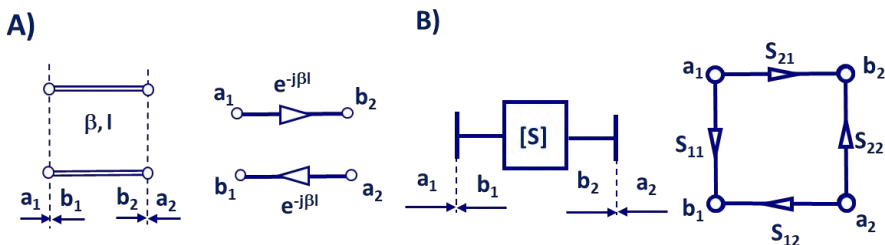
Graf przepływu sygnału jednowrotnika, umieszczonego jako obciążenie przewodnicy falowej i opisanego współczynnikiem odbicia  $\Gamma_L$ , prezentuje dobrze znany związek między amplitudami  $a$  i  $b$ :  $b = \Gamma_L a$ . Graf ten pokazano na rys. 5.19A.



**Rys. 5.19.** Grafy prostych elementów mikrofalowych. **A)** Jednowrotnik i jego graf. **B)** Graf przepływu sygnału generatora.

Graf przepływu sygnału generatora mikrofalowego pokazano na rys. 5.19B. Jest to graficzny zapis zależności opisującej amplitudę  $a_0$  fali wypływającej z generatora, zgodnie z równaniem  $a_0 = E + b\Gamma_G$ .

Kolejne dwa proste elementy obwodów mikrofalowych pokazano na rys. 5.20.



**Rys. 5.20.** Przykłady grafów dwuwrotników mikrofalowych. **A)** Graf dla odcinka bezstratnej przewodnicy o długości  $l$ . **B)** Graf przepływu sygnału dla dwuwrotnika opisanego macierzą  $[S]$ .

Na rys. 5.20A przedstawiono odcinek bezstratnej, jednomodowej przewodnicy falowej, o długości  $l$  i stałej fazowej  $\beta$ . W tym przypadku transmitancje macierzy rozproszenia równe są  $\exp(-j\beta l)$ . Przepływowi sygnału towarzyszy przesunięcie kąta fazowego amplitud  $a_1$  i  $a_2$ .

Na rys. 5.20B pokazano dwuwrotnik opisany macierzą rozproszenia  $[S]$ . Dla dwuwrotnika amplitudy fal dobiegających i odbiegających od jego wrót zapisują się znanymi równaniami, w których amplitudy fal związane są ze współczynnikami macierzy rozproszenia opisaną wcześniej relacją (5-14):

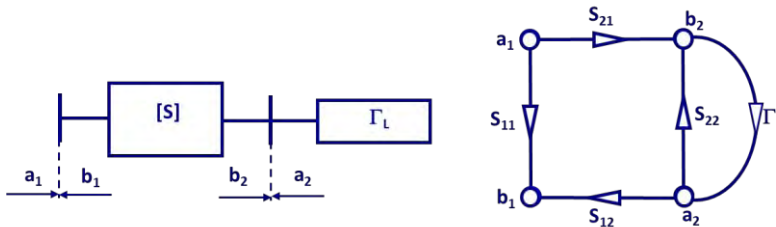
$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2; \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2; \end{aligned} \quad (5-14)$$

Graf przepływu sygnału dwuwrotnika z rys. 5.20B pokazuje związki między amplitudami fal propagowanych w obu przewodnicach, z którymi połączono dwuwrotnik.

## 5.6.2. Przykłady zastosowań

### Przykład 1.

Na wyjściu dwuwrotnika opisanego macierzą  $[S]$  umieszczono – jak pokazano na rys. 5.21 – obciążenie o współczynniku odbicia  $\Gamma_L$ . Należy obliczyć, wykorzystując graf przepływu sygnału, wejściowy współczynnik odbicia  $\Gamma_{WE}$ .



Rys. 5.21. Dwuwrotnik z obciążeniem – ilustracja przykładu 1.

Na podstawie tego grafu, wykorzystując regułę Masona, można znaleźć transmisję między węzłami  $a_1$  i  $b_1$ . Łatwo zauważyć, że węzły  $a_1$  i  $b_1$  łączą dwie ścieżki i w grafie jest tylko jedna pętla. Korzystamy z zależności (5-38).

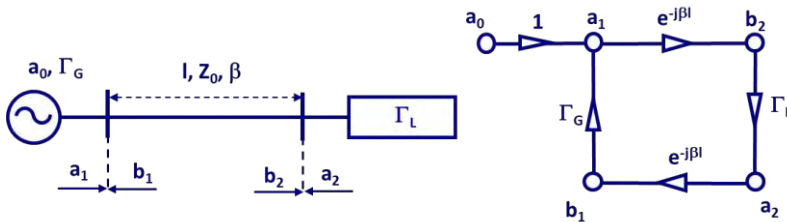
$$\Gamma_{WE} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{S_{11}(1 - S_{22}\Gamma_L) + S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}; \quad (5-38)$$

### Przykład 2.

Niedopasowany generator połączono z niedopasowanym obciążeniem odcinkiem przewodnicy o długości  $l$ . Obliczamy amplitudę fali padającej na obciążenie w zależności od  $l$ .

Rozważany układ i jego graf pokazano na rys. 5.22. Rozwiązanie problemu polega na znalezieniu związku między amplitudami  $b_2(a_0)$ . Można je prosto znaleźć na podstawie grafu. Wykorzystano w nim graf linii długiej z rys. 5.20A. Otrzymujemy:

$$b_2 = \frac{a_0 e^{-j\beta l}}{1 - \Gamma_G \Gamma_L e^{-j2\beta l}}; \quad (5-39)$$

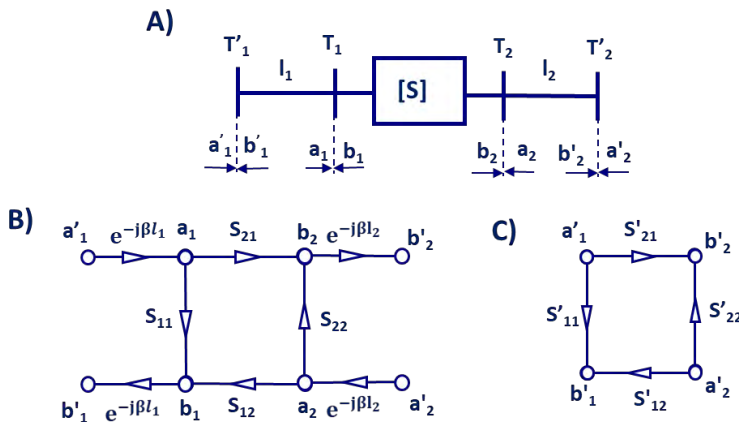


Rys. 5.22. Układ generator – linia długa – obciążenie. Ilustracja do przykładu 2.

Otrzymane rozwiązanie wymaga komentarza. Przy obustronnych niedopasowaniach obciążenia i generatora moduł  $|\Gamma_G \Gamma_L|$  może mieć wartość bliską 1. Wtedy poziom mocy sygnału dobiegającego do obciążenia silnie zależy od długości  $l$  linii.

### Przykład 3.

Płaszczyzny odniesienia dwuwrotnika opisanego macierzą  $[S]$  przesunięto odpowiednio o  $l_1$  i  $l_2$ , jak pokazuje rys. 5.23A. Wykorzystując graf przepływu sygnału, wyznaczyć współczynniki macierzy tak powstałego układu.



Rys. 5.23. Ilustracja do przykładu 3. A) Dwuwrotnik i 2 odcinki przewodnicy. B) Pełny graf przepływu sygnału. C) Graf końcowy.

Graf przepływu sygnału pokazano na rys. 5.23B. Współczynniki rozproszenia dwuwrotnika między przesuniętymi płaszczyznami  $T'_1$  i  $T'_2$  obliczamy prosto z grafu:

$$\begin{aligned}
 S'_{21} &= S_{21}e^{-j\beta(l_1+l_2)}; \\
 S'_{12} &= S_{12}e^{-j\beta(l_1+l_2)}; \\
 S'_{11} &= S_{11}e^{-j2\beta l_1} \\
 S'_{22} &= S_{22}e^{-j2\beta l_2}
 \end{aligned}
 \tag{5-40}$$

W konkluzji należy odnotować, że przesunięcie płaszczyzn odniesienia dwuwrotnika w przypadku bezstratnych przewodnic nie zmienia modułów współczynników macierzy rozproszenia, a jedynie ich argumenty.

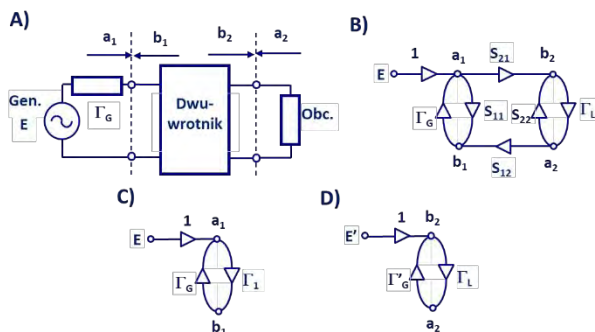
## 5.7. Warunki stabilności dwuwrotnika

### 5.7.1. Dwuwrotnik i jego sąsiedzi

W układach nadawczych i odbiorczych stosowane są wzmacniacze. Ich obecność w warunkach obustronnego niedopasowania może powodować wzbudzenie niechcianych oscylacji. Dlatego należy poddać analizie warunki stabilności prostego układu generator – wzmacniacz / dwuwrotnik – obciążenie, pokazanego na rys. 5.24A. W ogólnym przypadku parametry wzmacniacza można opisać macierzą rozproszenia [S]:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix};
 \tag{5-41}$$

Obciążenie opisane jest współczynnikiem odbicia  $\Gamma_L$ , a parametry generatora, w ogólnym przypadku niedopasowanego, to amplituda  $E$  i współczynnik odbicia  $\Gamma_G$ . Pełny graf przepływu sygnału w układzie pokazuje rys. 5.24.B.



**Rys. 5.24.** Warunki stabilności w układzie generator – dwuwrotnik – obciążenie. **A)** Struktura układu. **B)** Graf przepływu sygnału w układzie. **C)** Graf w układzie generator – „reszta”. **D)** Graf w układzie obciążenie – „reszta”.

Obciążeniem zastępczym generatora jest układ dwuwrotnik – obciążenie, który na rys. 5.24C reprezentuje współczynnik odbicia  $\Gamma_1$ :

$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} = \frac{S_{11} + \Delta_S\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}; \quad (5-42)$$

gdzie  $\Delta_S = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$  jest wyznacznikiem macierzy rozproszenia.

Obciążenie natomiast „widzi” zastępcze źródło o parametrach  $E'$  i  $\Gamma_2$  – rys. 5.24D

$$E' = \frac{ES_{21}}{1 - S_{11}\Gamma_G}; \quad \Gamma_2 = \frac{S_{22} - \Delta_S\Gamma_G}{1 - S_{11}\Gamma_G}; \quad (5-43)$$

Zależności powyższe (5-40) i (5-41) można obliczyć na podstawie grafu przepływu sygnału pokazanego na rys. 5.24B, można też wyprowadzić je z podstawowych zależności opisanych wcześniej.

### 5.7.2. Stabilność bezwarunkowa i warunkowa dwuwrotnika

Warunki powstania oscylacji opisane zostaną dokładnie w rozdziale 10. Wyprzedzając rozważania można powiedzieć, że niebezpieczeństwo powstania oscylacji pojawia się, gdy moduł współczynnika odbicia w jednym z wrót układu jest większy niż 1. Zgodnie z tą zasadą przyjmuje się, że liniowy dwuwrotnik jest **bezwarunkowo stabilny**, jeżeli dla dowolnych wartości współczynników odbicia  $\Gamma_L$  i  $\Gamma_G$  spełniających warunek (5-44)

$$|\Gamma_L| \leq 1; \quad |\Gamma_G| \leq 1; \quad (5-44)$$

moduły współczynników odbicia  $\Gamma_1$  i  $\Gamma_2$  nie przekraczają wartości 1.

$$|\Gamma_1([S], \Gamma_L)| \leq 1; \quad (5-45a)$$

oraz

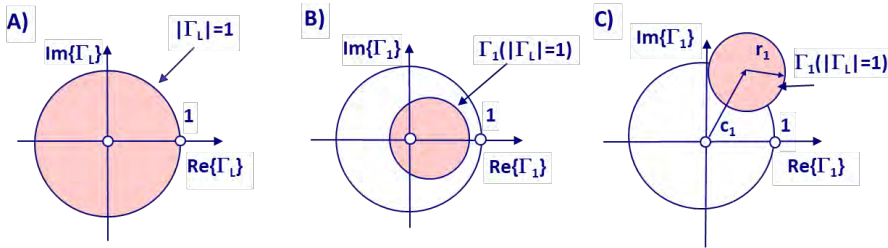
$$|\Gamma_2([S], \Gamma_G)| \leq 1; \quad (5-45b)$$

Gdy choćby jeden z powyższych warunków nie jest spełniony, dwuwrotnik jest **stabilny warunkowo**.

Warunek (5-44) oznacza, że wzmacniacz / dwuwrotnik nie jest otoczony elementami aktywnymi, które odbijają więcej mocy, niż na nie pada. Warunki (5-45a) (5-45b) oznaczają, że wtedy dwuwrotnik nie staje się aktywny z żadnej strony.

Ilustracja warunków stabilności pokazana jest na rys. 5.25. Ilustrowany jest warunek (5-43a) opisujący zachowanie współczynnika odbicia  $\Gamma_1$ . Transformujemy okrąg  $|\Gamma_L| \leq 1$  z

płaszczyzny  $\Gamma_L$  na płaszczyznę  $\Gamma_1$ . Dwuwrotnik jest stabilny bezwarunkowo, gdy przetransformowany okrąg leży wewnątrz okręgu jednostkowego – rys. 5.25B.



**Rys. 5.25.** Ilustracja warunków stabilności. **A)** Okrąg jednostkowy  $\Gamma_L$  na płaszczyźnie zespolonej. **B)** Okrąg  $\Gamma_1(\Gamma_L)$  w przypadku bezwarunkowej stabilności. **C)** Okrąg  $\Gamma_1(\Gamma_L)$  w przypadku warunkowej stabilności.

Gdy część przetransformowanego okręgu przekracza granicę okręgu jednostkowego – rys. 5.25C – mamy do czynienia ze stabilnością warunkową.

Analizując warunki stabilności, wprowadzono **współczynnik stabilności  $K$** , wiążący ze sobą rozmaite współczynniki macierzy rozproszenia:

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta_s|^2}{2|S_{12}S_{21}|}; \quad (5-46)$$

Wykazano (powtórzmy to bez wyprowadzania), że warunkiem koniecznym i wystarczającym bezwarunkowej stabilności jest, aby współczynnik stabilności  $K$  spełnił warunek:

$$K > 1; \quad (5-47)$$

Do rozważań o stabilności wrócimy w rozdziale 9 poświęconym wzmacniaczom.

## 5.8. Podsumowanie

Teoria obwodów elektrycznych rozwinęła cały szereg macierzowych form opisu właściwości wielowrotowych struktur obwodowych. Większość z nich wykorzystuje pojęcia impedancji i admitancji, np. popularne macierze  $[Z]$  i  $[Y]$ . Pojęcia impedancji i admitancji wymagają zaś zdefiniowania takich wielkości, jak prąd i napięcie, co dla przewodnic falowych typu TEM nie jest problemem, ale dla innych typów nie jest zabiegiem jednoznacznym.

Dlatego w technice mikrofalowej chętnie stosuje się macierze rozproszenia, jako jedną z uniwersalnych form opisu własności wielowrotników. Występujące w tych macierzach współczynniki wiążą ze sobą amplitudy fal propagowanych w przewodnicach falowych połączonych z opisywanym obwodem. Amplitudy te związane są w prosty sposób z mocami niesionymi przez te fale. Tak więc współczynniki macierzy rozproszenia mają prostą interpretację fizyczną, są bezpośrednio związane z takimi parametrami, jak rozkłady napięć



i prądów czy też mocami fal rozchodzących się w przewodnicach dołączonych do dwuwrotnika. Poza tym współczynniki macierzy rozproszenia można łatwo i bezpośrednio (w przeciwieństwie np. do impedancji) zmierzyć.

Aby uniknąć pułapek wieloznaczności, należy pamiętać o kilku założeniach.

- Istotnym założeniem tego prostego opisu jest jednorodność przewodnic falowych połączonych z dwuwrotnikiem. W przypadku wielomodowości warunki propagacji modów są różne, pojęcie transformacji impedancji traci swą użyteczność, a współczynniki macierzy rozproszenia swą jednoznaczność.
- Kolejnym założeniem jest liniowość obwodu, co w tym przypadku oznacza konieczność spełnienia zasady superpozycji. Zasada ta mówi, że jeśli w obwodzie pojawi się pobudzenie  $x_1$  (prąd lub napięcie), to wymusi ono reakcję  $F(x_1)$  (napięcie lub prąd). Gdy pojawi się pobudzenie  $x_2$ , to reakcja równa będzie  $F(x_2)$ . Gdy pojawią się oba pobudzenia równocześnie, to reakcja będzie sumą odpowiedzi na każde z wymuszeń z osobna, co zapisać można zależnością (5-48):

$$F(x_1 + x_2 + \dots) = F(x_1) + F(x_2) + \dots; \quad (5-48)$$

- Rozważane są sygnały harmonicznymie zmienne w czasie, o dokładnie takiej samej pulsacji, pochodzące z tego samego źródła.

W wielu obwodach elektrycznych elementami składowymi są przyrządy półprzewodnikowe: tranzystory, diody Schottky'ego, diody waraktorowe. Elementy te są z natury rzeczy nieliniowe. Jednakże przy pracy z małymi sygnałami założenie liniowości, a więc spełnienie zasady superpozycji (5-48), może być utrzymane. Podobnie poziom sygnałów harmonicznym jest znacznie poniżej poziomu mocy propagowanych sygnałów. Wzmacniacz mikrofalowy w warunkach pracy małymi sygnałami można opisać macierzą rozproszenia.