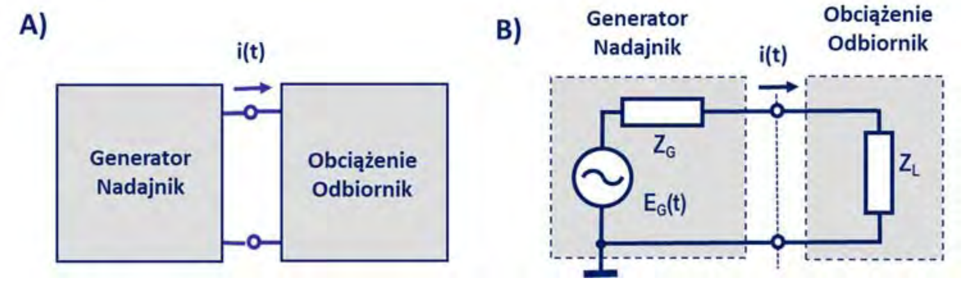
Rozdział 2
Propagacja fal w linii długiej

2.1. Wprowadzenie

W rozdziale 2 opisane zostaną zjawiska i efekty zachodzące w linii długiej w procesie propagacji fali. Z teorii obwodów wiemy, że rozwiązanie problemu transmisji mocy w najprostszym, pokazanym na rys. 2.1A układzie generator /nadajnik – obciążenie /odbiornik sprowadza się często do znalezienia prądu $i(t)$ płynącego w czasie t do obciążenia.

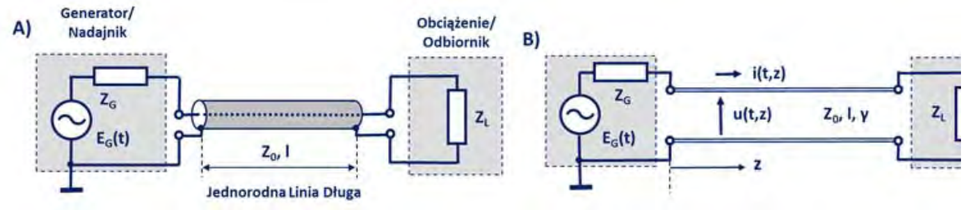


Rys. 2.1. *Obwodowe rozwiązanie problemu transmisji mocy sygnału w układzie generator / nadajnik – obciążenie / odbiornik.* **A)** *Bezpośrednie połączenie obu układów.* **B)** *Obwodowa reprezentacja obu układów.*

Aby znaleźć płynący prąd $i(t)$, posługujemy się pojęciami idealnego źródła napięciowego i impedancji. Dochodzimy wtedy do obwodu pokazanego na rys. 2.1B. Do wyznaczenia prądu $i(t)$ wystarczy posłużyć się prawem Ohma.

Znalezienie prądu $i(t)$ płynącego do obciążenia w układzie pokazanym na rys. 2.2A już nie jest takie proste. Tutaj generator / nadajnik połączono z obciążeniem / odbiornikiem odcinkiem współosiowej, dwuprzewodowej linii długiej. Różnica wynika z faktu, że w linii długiej zostaje wzbudzona fala płynąca od generatora do obciążenia i często druga fala biegnąca do generatora. W tych warunkach prąd na zaciskach generatora nie jest już równy prądowi wpływającemu do obciążenia. Na rys. 2.2B prowadnicę falową reprezentuje dwuprzewodowa linia długa. Prąd $i(t, z)$ i napięcie $u(t, z)$ są funkcjami miejsca i czasu.

Rozwiązanie nakreślonego problemu zacznijmy od uwagi o tym, jaką linię nazywamy długą. Linię będziemy traktowali jako długą, gdy jej fizyczna długość będzie porównywalna z długością fali propagowanego przez nią sygnału. Tak więc dla fali o długości 100 cm (300 MHz) – długą będzie odcinek kabla koncentrycznego o fizycznej długości 10 cm, a dla fali o długości 3 mm (100 GHz) – długą będzie połączenie między elementami układu scalonego wykonanego na arsenku galu o długości fizycznej 300 μm.



Rys. 2.2. *Linia długa łączy generator / nadajnik z obciążeniem / odbiornikiem.* **A)** *Połączenie realizowane linią koncentryczną.* **B)** *Dwuprzewodowa linia długa reprezentuje prowadnicę falową.*

Układy elektronowe takie jak: wzmacniacze, oscylatory, filtry, mieszacze i wiele innych, konstruowane na pasma radiowe, mikrofalowe i fal milimetrowych, zawierają odcinki linii długich. Dlatego zapoznanie się z teorią linii długiej, ze sposobami obliczania parametrów obwodów zawierających odcinki linii długich jest koniecznością.

Lista pojęć, z którymi zapoznamy się w tym rozdziale i których znaczenie powinniśmy zrozumieć, jest długa. Zaczniemy od podania równań opisujących zjawiska propagacji fali, potem opiszemy rozwiązania tych równań, fale rozchodzące się w układzie: generator – linia długa – obciążenie. Aby zrozumieć rezultaty obecności linii długiej w obwodzie, opiszemy ją kilkoma parametrami: stałymi propagacji – tłumienia i fazową – oraz impedancją charakterystyczną. Podamy pojęcia współczynnika odbicia i omówimy warunki transmisji mocy linią długą. Aby móc wykorzystywać obwodowy opis układu z linią długą, wprowadzimy operację zwaną transformacją impedancji.

Podamy też dużo nowych pojęć i definicji, które będą wykorzystywane w dalszych rozdziałach książki. Poznanie i przyswojenie ich jest niezbędne, by zrozumieć treść zawartego dalej materiału.

2.2. Równania linii długiej

2.2.1. Linia dwuprzewodowa

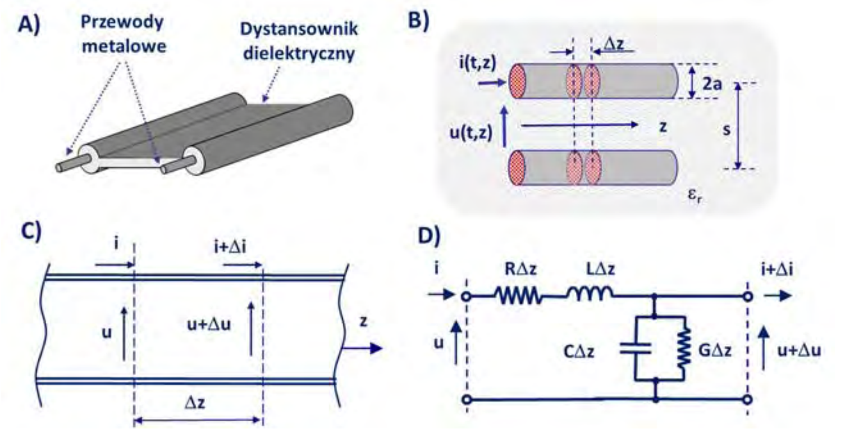
Linia dwuprzewodowa była pierwszą prowadnicą falową zastosowaną już w XIX wieku w telegrafie Morse'a. Linia miała strukturę pokazaną na rys. 2.3A. Dwa przewody metalowe, zwykle miedziane, umieszczone są równolegle w odległości określonej wymiarami paska małostratnego dielektryka, pełniącego rolę dystansownika.

Na rys. 2.3B pokazano idealną strukturę linii, w której dwa równoległe przewody metalowe o średnicy $2a$ „zanurzone" są w materiale dielektrycznym o przenikalności względnej ε_r. W analizie przyjęto, że żaden z tych materiałów nie jest idealnym przewodnikiem, czy też dielektrykiem.

W przewodzie płynie prąd $i(t, z)$, którego wartość jest funkcją czasu t i odległości z. Między przewodami istnieje napięcie $u(t, z)$, którego wartość jest funkcją obu wymienionych zmiennych. Przepływ prądu powoduje, że przewody otacza pole magnetyczne. Obecność napięcia miedzy przewodami skutkuje istnieniem pola elektrycznego między nimi. Natężenia pól elektrycznego i magnetycznego powiązane są równaniami Maxwella.

Rozwiązując je, można otrzymać szukane zależności $i(t, z)$ oraz $u(t, z)$. Jednakże w rozdziale 2 przedstawione zostanie inne, prostsze rozwiązanie problemu propagacji sygnału wzdłuż linii dwuprzewodowej, oparte na analizie czwórnika opisującego elementarny obwód o długości Δz. Czwórnik ten przedstawiono na rys. 2.3D, wprowadzając następujące oznaczenia:

$R_{[\Omega/\mathrm{m}]}$ – rezystancja na jednostkę długości,
$L_{[\mathrm{H/m}]}$ – indukcyjność na jednostkę długości,
$G_{[\mathrm{S/m}]}$ – przewodność na jednostkę długości,
$C_{[\mathrm{F/m}]}$ – pojemność na jednostkę długości.



Rys. 2.3. *Obiekt analizy – dwuprzewodowa linia długa.* **A)** *Linia dwuprzewodowa z dielektrycznym dystansownikiem.* **B)** *Przewody metalowe zanurzone w materiale dielektrycznym o przenikalności ε_r.* **C)** *Oznaczenia napięć i prądów w elementarnym czwórniku o długości Δz.* **D)** *Obwód zastępczy elementarnego odcinka linii długiej o długości Δz.*

2.2.2. Równania telegrafistów

Zmienne $u(z, t)$ i $i(z, t)$ opisane są wyprowadzonymi przez Kelvina równaniami różniczkowymi, zwanymi równaniami telegrafistów. Równania te poznamy w prostej formie, gdyż wyprowadzimy je i rozwiążemy dla prostych i najczęściej spotykanych przypadków, zgodnie z założeniami 1 i 2.

Założenie 1: $u(t)$ i $i(t)$ są harmonicznymi funkcjami czasu – wielkości te są sinusoidalnymi funkcjami czasu o pulsacji ω. Wprowadzamy nowe, ważne wielkości, którymi będziemy się wielokrotnie posługiwali. Są to*:* $U(z)$ – zespolona amplituda napięcia oraz $I(z)$

– zespolona amplituda prądu. Ich związki z chwilowymi wartościami $u(z, t)$ i $i(z, t)$ są następujące:

$$u(t, z) = Re\{U(z)e^{j\omega t}\};$$
$$i(t, z) = Re\{I(z)e^{j\omega t}\}; \tag{2-1}$$

Wykorzystując dalej elementy obwodu zastępczego z rys. 2.3D wprowadzimy impedancję $Z_{[\Omega/\mathrm{m}]}$ i admitancję $Y_{[\mathrm{S/m}]}$, oraz bardzo ważny parametr γ nazywany stałą propagacji:

$$Z_{[\Omega/\mathrm{m}]} = R + j\omega L; \tag{2-2}$$

$$Y_{[\mathrm{S/m}]} = G + j\omega C;$$

$$\gamma^2 = YZ; \tag{2-3}$$

Założenie 2: Linia jest jednorodna, Z i Y nie zmieniają się z odległością. Założenie to oznacza, że zaznaczone na rys. 2.3B parametry linii: średnica przewodów a, ich odległość s oraz przenikalność ε_r dielektryka otaczającego przewody pozostają stałe i niezależne od z. Nie przedstawimy tutaj szczegółowych wyprowadzeń. Końcowy rezultat przekształceń ma postać tzw. **równań telegrafistów**, nazywanych też równaniami linii długiej, zapisanych w postaci (2-4) i (2-5):

$$\frac{d^2U}{dz^2} - \gamma^2 U = 0; \tag{2-4}$$

$$\frac{d^2I}{dz^2} - \gamma^2 I = 0; \tag{2-5}$$

Jak widać, zespolone amplitudy prądu $U(z)$ i $I(z)$ jednorodnej linii długiej związane są prostymi równaniami różniczkowymi ze stałą propagacji γ. Stała propagacji γ reprezentuje parametry linii długiej, rozmiary przewodów i parametry ośrodka dielektrycznego.

Należy zauważyć, że identyczny kształt równań uzyskujemy z równań Maxwella dla pól E i H. Równania te nazywane są równaniami falowymi.

W kolejnym punkcie zapoznamy się z rozwiązaniem równań (2-4) i (2-5) oraz przedyskutujemy obszernie wnioski wypływające z tych rozwiązań.

2.2.3. Rozwiązania równań: fale postępująca i odbita

Równania telegrafistów są równaniami różniczkowymi. Równania różniczkowe (2-4) i (2-5) mają znaną i prostą postać rozwiązań, podaną zależnościami (2-6a) i (2-6b).

$$U(z) = U_1 e^{-\gamma z} + U_2 e^{\gamma z}; \tag{2-6a}$$

$$I(z) = I_1 e^{-\gamma z} + I_2 e^{\gamma z}; \tag{2-6b}$$

Rozwiązania są dwuczłonowe, składniki z indeksem „1” reprezentują falę rozchodzącą się wzdłuż osi z, składniki z indeksem „2” reprezentują falę rozchodzącą się w przeciwną stronę niż zwrot osi z. Rozwiązania mają prostą, uniwersalną i oczywistą interpretację:

- ✓ U_1, I_1 – stałe całkowania, zespolone amplitudy napięcia i prądu fali rozchodzącej się zgodnie ze zwrotem osi z, jest to fala postępująca.
- ✓ U_2, I_2 – stałe całkowania, zespolone amplitudy napięcia i prądu fali rozchodzącej się w stronę przeciwną do zwrotu osi z, nazywamy ją falą odbitą albo wtórną.

Należy mieć na uwadze, że dla każdego typu prowadnicy falowej, w której propagowany jest jeden mod fali, można przyjąć obwód zastępczy w postaci linii dwuprzewodowej taki, jak na rys. 2.3D. W każdym takim przypadku, przy propagacji monoczęstotliwościowego sygnału, amplitudy napięcia i prądu, związane są z parametrami obwodu równaniami telegrafistów, a ich rozwiązania mają postać równań (2-6a) i (2-6b). Ich interpretacja jest także identyczna.

2.2.4. Stała propagacji

Warunki propagacji fali określają prędkość rozchodzenia, długość fali oraz jej tłumienie. Wprowadzona zależnością (2-3) i występująca w rozwiązaniach (2-6a) i (2-6b) **stała propagacji γ** jest bardzo ważnym parametrem. W ogólnym przypadku stała propagacji jest wielkością zespoloną i można zapisać ją w następującej postaci:

$$\gamma = \alpha + j\beta; \tag{2-7}$$

Korzystając z tej formy zapisu, zależność (2-6a) może być zapisana następująco:

$$U(z) = U_1 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} + U_2 e^{\alpha z} e^{j\beta z}; \tag{2-8}$$

Interpretacja fizyczna obu składników $\alpha + j\beta$ jest oczywista:

- ✓ część rzeczywista α stałej propagacji γ nazywana jest **stałą tłumienia**. Stała tłumienia $\alpha_{[\mathrm{Np/m}]}$ decyduje o szybkości strat mocy fali biegnącej wzdłuż linii,
- ✓ część urojona β stałej propagacji γ nazywana jest **stałą fazową**. Stała fazowa $\beta_{[\mathrm{rad/m}]}$ decyduje o szybkości zmian fazy fali biegnącej wzdłuż linii, a tym samym o długości fali λ.

Powróćmy do zależności (2-3), aby znaleźć, jak α i β zależą od parametrów R, G, L i C obwodu zastępczego z rys. 2.3D.

$$\gamma = \sqrt{YZ} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}; \tag{2-9}$$

Zwykle spełnione są następujące warunki: $R/\omega L \ll 1$ oraz $G/\omega C \ll 1$, gdyż w praktycznych rozwiązaniach konstrukcji linii dwuprzewodowych przewody wykonane są z dobrze przewodzącego metalu i otoczone małostratnym dielektrykiem. Wtedy stałe α i β można zapisać następująco:

$$\alpha \cong \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}; \tag{2-10}$$

$$\beta \cong \omega\sqrt{LC}; \tag{2-11}$$

W zależności (2-10) drugi ze składników zwykle dominuje nad pierwszym.

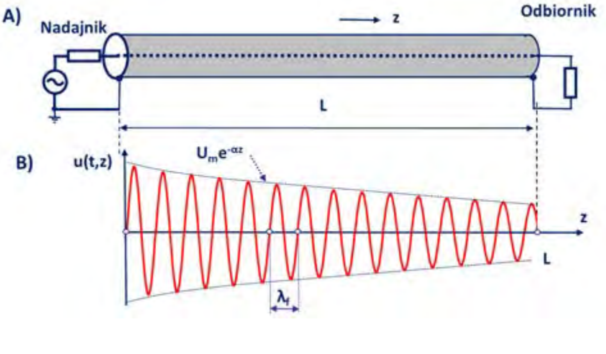
Gdy mówimy o prędkości propagacji fali musimy wyróżnić **prędkość fazową** i **prędkość grupową**. Prędkość fazowa v_f propagowanej fali jest prędkością, z jaką przesuwa się płaszczyzna stałej fazy. Prędkość v_f związana jest z wartością stałej fazowej β:

$$\beta = \frac{\omega}{v_f} = \frac{2\pi}{\lambda_f}; \qquad v_f = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}; \tag{2-12}$$

Prędkość grupowa v_g propagowanej fali jest prędkością przepływu energii. Można ją wyznaczyć z zależności (2-13):

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta}; \tag{2-13}$$

Linia dwuprzewodowa i linia współosiowa należą do grupy prowadnic TEM (ang. *Transverse Electro-Magnetic).* W prowadnicach tego typu wektory natężeń pól elektrycznego i magnetycznego są do siebie prostopadłe i prostopadłe do kierunku propagacji. Poza tym obie prędkości: fazowa i grupowa są sobie równe. W falowodach prostokątnych i cylindrycznych, w których propagowane są mody TE albo TM, prędkości fazowa i grupowa różnią się. Więcej informacji o właściwościach różnego typu prowadnic falowych przedstawimy w rozdziale 3.



Rys. 2.4. *Prezentacja rozwiązania propagacji fali w linii długiej łączącej nadajnik z odbiornikiem.* **A)** *Dwuprzewodowa linia współosiowa jako przykład linii długiej.* **B)** *Napięcie u(z) fali propagowanej w kierunku odbiornika w danym czasie t. Amplituda maleje wykładniczo jak exp(-αz). Długość fali λ_f zależy od wartości stałej fazowej β.*

Na rys. 2.4 przedstawiono ilustrację rozwiązania problemu propagacji fali opisanego równaniami telegrafistów. W obwodzie przedstawionym na rys. 2.4A nadajnik / generator połączony jest z odbiornikiem / obciążeniem odcinkiem linii długiej, w tym przypadku współosiowej. W linii długiej nadajnik wzbudza falę propagowaną w kierunku odbiornika – rys. 2.4B. Stała tłumienia α określa szybkość zmniejszania amplitudy fali. Stała fazowa β określa długość fali λ_f.

2.2.5. Impedancja charakterystyczna

Zespolone amplitudy napięcia $U(z)$ i prądu $I(z)$ opisane są zależnościami (2-6). Określimy teraz związki między nimi. Stosunki zespolonych amplitud napięcia i prądu dla obu propagowanych fal: postępującej i odbitej są sobie równe z dokładnością do znaku, co pokazuje zależność (2-14). Jest to definicja **impedancji charakterystycznej** Z_0.

$$Z_0 = \frac{U_1}{I_1} = -\frac{U_2}{I_2}; \qquad (2\text{-}14)$$

Wartość impedancji charakterystycznej jest bardzo ważnym parametrem prowadnicy falowej. Impedancja charakterystyczna Z_0 jest funkcją rozmiarów prowadnicy i parametrów ośrodka.

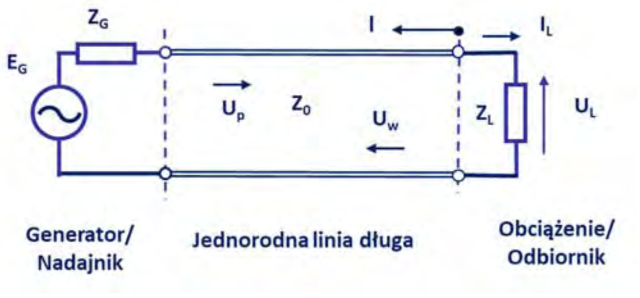
$$Z_0 = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} \cong \sqrt{\frac{L}{C}}; \qquad (2\text{-}15)$$

Jak widać z powyższej zależności, dla prowadnicy bezstratnej Z_0 jest rzeczywiste. Dla prowadnicy z małymi stratami przyjmuje się także z dobrym przybliżeniem, że Z_0 jest rzeczywiste.

2.3. Fale w jednorodnej prowadnicy falowej

2.3.1. Napięcie i prąd wzdłuż linii

Powracamy do pokazanego na rys. 2.5 układu generator – prowadnica – obciążenie.



Rys. 2.5. *Układ: generator, linia długa, obciążenie – do dyskusji problemów transmisji mocy i dopasowania.*

Napiszemy najpierw rozwiązania równań linii długiej z nowymi oznaczeniami. Oznaczymy przez:

U_P, I_P – zespolone amplitudy napięcia i prądu fali pierwotnej, padającej.

U_W, I_W – zespolone amplitudy napięcia i prądu fali odbitej, wtórnej.

Odległość l liczona jest teraz od końca linii w stronę generatora, podczas gdy z liczona była od generatora w stronę obciążenia. Równania propagacji zapiszą się teraz następująco:

$$U(l) = U_P e^{\gamma l} + U_W e^{-\gamma l}; \tag{2-16}$$

$$I(l) = I_P e^{\gamma l} + I_W e^{-\gamma l};$$

Dla bezstratnej prowadnicy falowej, gdy $\gamma = j\beta$:

$$U(l) = U_P e^{j\beta l} + U_W e^{-j\beta l}; \tag{2-17}$$

$$I(l) = I_P e^{j\beta l} + I_W e^{-j\beta l};$$

Znamy już definicję impedancji charakterystycznej:

$$Z_0 = \frac{U_P}{I_P} = -\frac{U_W}{I_W}; \tag{2-18}$$

W powyższych równaniach występują amplitudy U_P, I_P, U_W i I_W. Należy znaleźć kolejne związki między nimi. Obciążenie reprezentowane jest w układzie na rys. 2.5 przez impedancję Z_L:

$$Z_L = \frac{U_L}{I_L} = \frac{1}{Y_L}; \tag{2-19}$$

Należy zauważyć, że $U_L = U(l=0)$ oraz $I_L = I(l=0)$, czyli:

$$Z_L = \frac{U_L}{I_L} = \frac{U_P + U_W}{I_P + I_W}; \tag{2-20}$$

Wykorzystując napisane związki, można wyznaczyć stosunek amplitud U_W/U_P:

$$\frac{U_W}{U_P} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}; \tag{2-21}$$

Otrzymaną zależność interpretujemy tak, że wartość amplitudy U_W napięcia fali odbitej zależy nie tylko od Z_L, ale także od wartości impedancji charakterystycznej Z_0. Gdy $Z_L = Z_0$, w prowadnicy nie pojawi się fala odbita. Mówimy wtedy, że obciążenie dopasowane do impedancji charakterystycznej prowadnicy falowej jest obciążeniem bezodbiciowym.

Równania (2-16) i (2-17) można zapisać w innej formie. W ogólnym przypadku linii ze stratami otrzymuje się następujące zależności:

$$U(l) = U_L\left(\cosh\gamma l + \frac{Z_0}{Z_L}\sinh\gamma l\right);$$
$$I(l) = I_L\left(\cosh\gamma l + \frac{Z_L}{Z_0}\sinh\gamma l\right); \tag{2-22}$$

Dla linii bezstratnej funkcje hiperboliczne znikają i równania przyjmują prostszą postać:

$$U(l) = U_L\left(\cos\beta l + j\frac{Z_0}{Z_L}\sin\beta l\right);$$
$$I(l) = I_L\left(\cos\beta l + j\frac{Z_L}{Z_0}\sin\beta l\right); \tag{2-23a}$$

Można też zapisać je w innej formie, w pewnych przypadkach wygodniejszej w użyciu:

$$U(l) = U_L\cos\beta l + jI_L Z_0\sin\beta l;$$
$$I(l) = I_L\cos\beta l + j\frac{U_L}{Z_0}\sin\beta l; \tag{2-23b}$$

2.3.2. Współczynnik odbicia

Zdefiniowany zostanie teraz bardzo ważny parametr określający związek między falą odbitą i padającą. **Współczynnik odbicia** Γ jest miarą stosunku zespolonych amplitud fali odbitej do padającej. Definiujemy go następująco:

$$\Gamma(l) = \frac{U_W}{U_P}e^{-2\gamma l}; \tag{2-24}$$

Na końcu linii, dla $l = 0$, współczynnik odbicia przyjmuje wartość Γ_L:

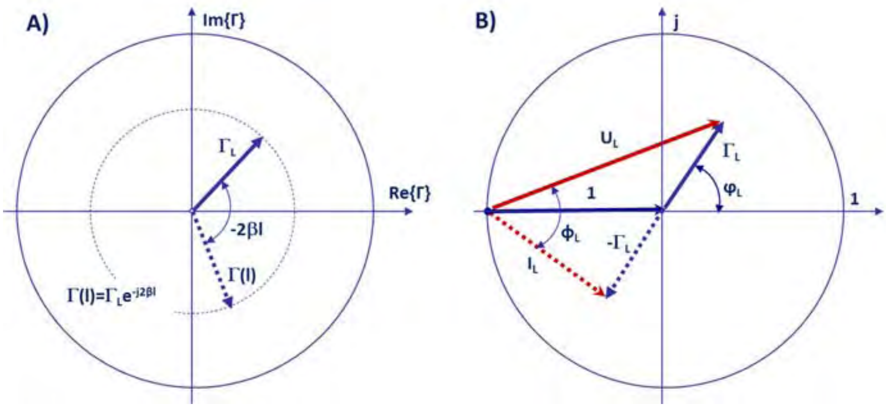
$$\Gamma_L = \frac{U_W}{U_P} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{Y_0 - Y_L}{Y_0 + Y_L}; \tag{2-25}$$

Współczynnik odbicia Γ_L – podobnie jak Z_L lub Y_L – jest parametrem charakteryzującym jednowrotnik / obciążenie umieszczone na końcu linii. Współczynnik Γ_L jest, inaczej mówiąc, zespoloną miarą niedopasowania obciążenia do impedancji charakterystycznej Z_0.

Współczynnik odbicia $\Gamma(l)$ zależy od wartości Γ_L na końcu linii oraz od odległości l od końca linii. Zależność ta ma następującą postać:

$$\Gamma(l) = \Gamma_L e^{-2\gamma l}\big|_{\alpha=0} = \Gamma_L e^{-j2\beta l}; \tag{2-26}$$

Napisana wyżej zależność (2-26) nazywana jest równaniem transformacji współczynnika odbicia.



Rys. 2.6. *Ilustracja współczynnika odbicia na płaszczyźnie zespolonej.* **A)** *Transformacja współczynnika odbicia wzdłuż bezstratnej linii.* **B)** *Wskazy napięcia U_L i prądu I_L na zaciskach impedancji obciążenia.*

Ilustracja procesu transformacji współczynnika $\Gamma(l)$ pokazana jest na rys. 2.6A. Wskaz Γ wiruje zgodnie ze wskazówkami zegara w miarę powiększania odległości l od obciążenia. Dla linii ze stratami długość wskazu $|\Gamma|$ maleje wykładniczo z odległością, dla linii bezstratnej $|\Gamma| = \text{const}$.

Obciążenie umieszczone na końcu linii reprezentowane jest zwykle przez impedancję $Z_L = R_L + jX_L$. Wtedy zależność (2-26) przyjmie postać (2-27):

$$\Gamma_L = \frac{R_L - Z_0 + jX_L}{R_L + Z_0 + jX_L}; \tag{2-27}$$

Logarytmiczną miarą współczynnika odbicia są **straty odbicia** L_r (ang. *return loss*), definiowane następująco:

$$L_{rdB} = -20\log|\Gamma_L|; \tag{2-28}$$

Wykorzystamy wyprowadzoną zależność (2-27) do analizy kilku charakterystycznych przypadków.

Przypadek 1.

Mówimy, że umieszczony na końcu prowadnicy jednowrotnik, nazywany też obciążeniem, jest dopasowany do impedancji charakterystycznej tej prowadnicy, jeżeli $\Gamma_L = 0$. Zgodnie z (2-25) stan dopasowania powstanie, gdy $Z_L = Z_0$.

Przypadek 2.
Stan pełnego odbicia mocy powstaje wtedy, gdy $|\Gamma_L|$ = 1 i amplitudy obu fal: padającej i odbitej są sobie równe. Pełne odbicie mocy ma miejsce, gdy obciążenie jest czystą reaktancją $Z_L = jX_L$. Wartość reaktancji X_L ma wpływ na argument współczynnika odbicia, jego moduł równy jest 1.

$$\Gamma_L = \frac{jX_L - Z_0}{jX_L + Z_0} = e^{j(\pi - 2\mathrm{arctg}X_L/Z_0)}; \tag{2-29}$$

Przypadek 3.
Impedancja obciążenia jest liczbą zespoloną $Z_L = R_L + jX_L$. Jeśli część rzeczywista $R_L > 0$, to część mocy $(|I_L|^2 R_L/2)$ fali padającej zostaje pochłonięta przez obciążenie i amplituda fali odbitej jest wtedy mniejsza od amplitudy fali padającej, a $|\Gamma_L| < 1$.

Przypadek 4.
Gdy amplituda fali odbitej jest większa od amplitudy fali padającej, mamy do czynienia ze wzmocnieniem mocy, z obciążeniem aktywnym. W modelu impedancyjnym obciążenie takie reprezentowane jest przez impedancję z ujemną rezystancją. Gdy $|\Gamma_L| > 1$, wtedy $R_L < 0$.

2.3.3. Fala stojąca

W tym punkcie wyprowadzimy odpowiednie formuły opisujące rozkład napięcia wzdłuż linii długiej. Powracamy do układu z rys. 2.5 z generatorem, prowadnicą i obciążeniem. Wykorzystamy zależność (2-24) opisującą współczynniki odbicia $\Gamma(l)$ aby określić wartości amplitud napięcia i prądu na linii. Prowadzi to w najczęstszym przypadku, gdy zaniedbujemy straty, do zależności (2-30):

$$\begin{aligned} U(l) &= U_P e^{j\beta l}\left(1 + \Gamma_L e^{-j2\beta l}\right); \\ I(l) &= \frac{U_P}{Z_0} e^{j\beta l}\left(1 - \Gamma_L e^{-j2\beta l}\right); \end{aligned} \tag{2-30}$$

Zauważmy dalej, że na końcu linii napięcie U_L jest proporcjonalne do $(1 + \Gamma_L)$, a prąd I_L jest proporcjonalny do $(1 - \Gamma_L)$. Wskazy napięcia U_L i prądu I_L pokazane są na rys. 2.6B. Kąt fazowy ϕ_L między amplitudami napięcia U_L i prądu I_L zależy od impedancji obciążenia:

$$\phi_L = \mathrm{arctg}\frac{X_L}{R_L}; \tag{2-31}$$

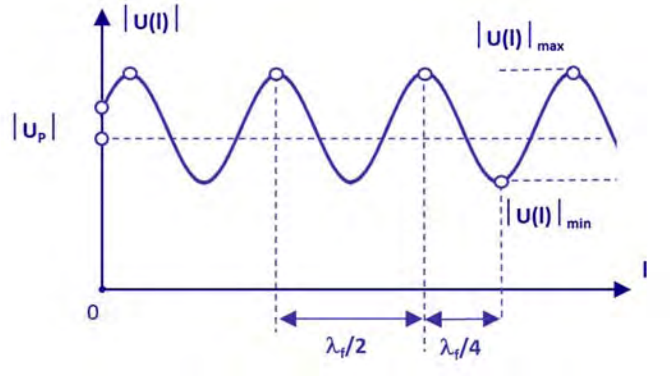
Gdy impedancja obciążenia jest rzeczywista, prąd I_L i napięcie U_L są w fazie.

Moduł napięcia $|U(l)|$ można wyznaczyć, wykorzystując zależności (2-30). Dla linii bezstratnej otrzymujemy zależność (2-32), w której ϕ_L jest argumentem współczynnika odbicia Γ_L:

$$|U(l)| = |U_P|\sqrt{1 + |\Gamma_L|^2 + 2|\Gamma_L|\cos(2\beta l - \varphi_L)}; \tag{2-32}$$

Przykład przebiegu $|U(l)|$ pokazano na rys. 2.7. Ponieważ przyjęto założenie bezstratności linii, to wszystkie maksymalne i minimalne wartości napięcia są sobie równe. Na podstawie wykresu można sformułować konkluzję, że napięcie $|U(l)|$ określone wzdłuż linii długiej jest okresową funkcją odległości o okresie równym połowie długości fali $\lambda_f/2$, co oznacza, że:

- ✓ odległość między kolejnymi maksimami lub minimami równa jest $\lambda_f/2$,
- ✓ odległość między maksimum a minimum równa jest $\lambda_f/4$.



Rys. 2.7. *Moduł U(l) napięcia wzdłuż linii długiej.*

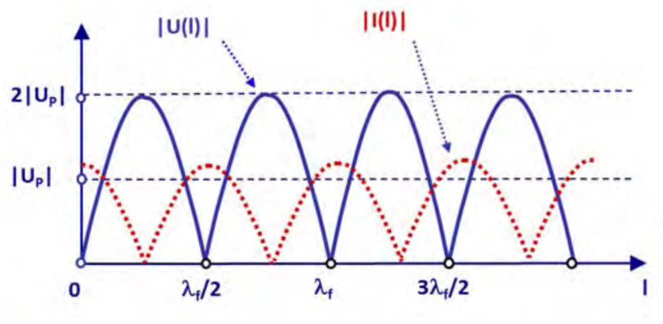
W przypadku gdy $|\Gamma| = 1$ amplitudy fali padającej i odbitej są sobie równe i mamy do czynienia z czystą falą stojącą. Moduł napięcia wzdłuż linii zapisze się dla przypadku $\phi_L = 0$ następująco:

$$|U(l)| = 2|U_P||\cos(\beta l)|; \tag{2-33}$$

Moduł prądu wzdłuż linii opisuje zależność (2-35):

$$|I(l)| = 2\frac{|U_P|}{Z_0}|\sin(\beta l)|; \tag{2-34}$$

Na rys. 2.8 pokazano przebiegi modułów $U(l)$ i $I(l)$ dla czystej fali stojącej. Jak widać, wartości napięć i prądów okresowo osiągają wartości maksymalne i spadają do zera, przy czym maksymalnej wartości napięcia towarzyszy zero wartości prądu i na odwrót. Kolejne zera oddalone są o pół fali.



Rys. 2.8. *Napięcie i prąd wzdłuż linii dla czystej fali stojącej.*

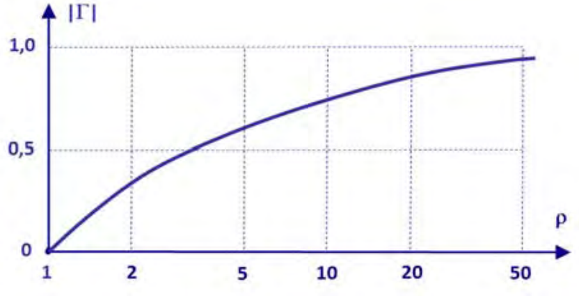
Ważnym parametrem opisującym rozkład napięcia wzdłuż linii i tym samym stan dopasowania obciążenia do impedancji charakterystycznej Z_0 jest **współczynnik fali stojącej**. Zgodnie z definicją współczynnik fali stojącej ρ jest stosunkiem maksymalnej i minimalnej wartości modułu napięcia na linii.

$$\rho = \frac{|U(l)|_{max}}{|U(l)|_{min}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \geq 1; \tag{2-35}$$

Pamiętajmy, że współczynnik odbicia Γ daje – jako liczba zespolona – dwie informacje o obciążeniu, natomiast wartość współczynnika fali stojącej ρ tylko jedną. Między tymi wielkościami istnieje prosty i oczywisty związek:

$$|\Gamma| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}; \tag{2-36}$$

Graficzna ilustracja powyższej zależności pokazana jest na rys. 2.9.



Rys. 2.9. *Zależność modułu $|\Gamma|$ współczynnika odbicia od ρ.*

Omówimy dwa charakterystyczne przypadki obciążenia linii.

Przypadek 1.

Na końcu prowadnicy umieszczono rezystancję $R_L > Z_0$. Współczynnik fali stojącej dla takiego obciążenia obliczamy w prosty sposób, jako $\rho = R_L/Z_0$.

Przypadek 2.

Na końcu prowadnicy umieszczono rezystancję $R_L < Z_0$. Współczynnik fali stojącej dla takiego obciążenia obliczamy jako $\rho = Z_0/R_L$.

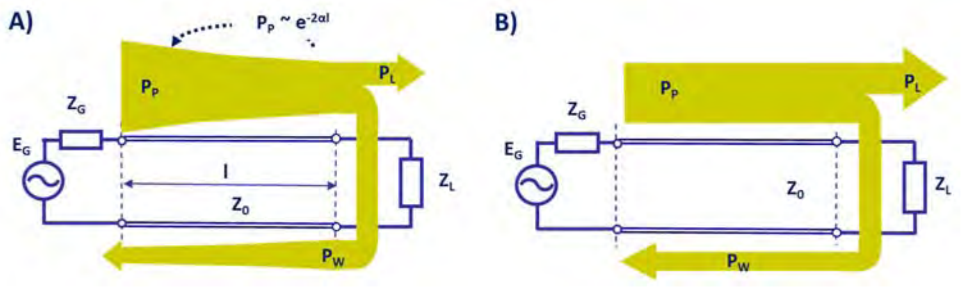
2.4. Przepływ mocy

2.4.1. Moce fal

Przedstawione równaniami (2-16) i (2-17) rozwiązania równania telegrafistów opisują dwie fale wzbudzone w linii długiej łączącej generator z obciążeniem. W rozwiązaniach występują amplitudy U_P i U_W napięć fal: biegnącej w stronę obciążenia i odbitej od niego, biegnącej w stronę generatora. Aby opisać problem propagowanych w układzie mocy, oznaczono na rys. 2.10 poziomy mocy kolorowymi paskami. Celem rozważań będzie określenie mocy występujących w tym prostym układzie. Wyznaczymy:

- ✓ moce fal pierwotnej P_P i odbitej P_W,
- ✓ moc P_L wydzieloną w obciążeniu,
- ✓ maksymalną moc P_{GMAX} jaką może dostarczyć generator,
- ✓ warunek, przy którym to może nastąpić.

Na rys. 2.10 przedstawiono raz jeszcze opisywany układ generator – linia długa – obciążenie z zaznaczeniem mocy, które mają być wyznaczone. W układzie tym generator reprezentowany jest przez idealne źródło o parametrach E_G i Z_G, obciążenie charakteryzowane jest przez impedancje Z_L, Y_L bądź przez współczynnik odbicia Γ_L.



Rys. 2.10. *Moce fal przepływających w układzie generator – linia długa – obciążenia.* **A)** *Przypadek linii długiej ze stratami.* **B)** *Przypadek linii długiej bezstratnej.*

Na rys. 2.10A przedstawiono przypadek linii długiej ze stratami, gdy $\alpha > 0$. Fala wzbudzona przez generator o mocy P_P porusza się w stronę obciążenia, zmniejszając z powodu tłumienia wykładniczo swoją moc, proporcjonalnie do $\exp(-2\alpha l)$. Fala odbita od obciążenia o mocy P_W także jest wykładniczo tłumiona, gdy porusza się w stronę generatora.

Na rys. 2.10B pokazano przypadek, gdy $\alpha = 0$ i linia długa jest bezstratna. W każdym punkcie linii długiej obserwujemy falę biegnącą do obciążenia o mocy P_P i falę wtórną biegnącą do generatora o mocy P_W. Jako punkt wyjścia przyjmiemy warunki dopasowanego obciążenia:

$$Z_L = Z_0; \quad \Gamma_L = 0; \quad U_W = 0; \tag{2-37}$$

W obwodzie płynie fala pierwotna do obciążenia i nie ma fali odbitej. Napięcie na zaciskach obciążenia równe jest:

$$U_L = U_P(1 + \Gamma_L) = U_P; \tag{2-38}$$

Moc P_L wydzielona w obciążeniu równa jest wtedy:

$$P_L = \frac{|U_P|^2}{2Z_0} = \frac{|U_P|^2 Y_0}{2}; \tag{2-39}$$

Moc wydzielona w obciążeniu jest mocą P_P niesioną przez falę pierwotną, nie ma fali odbitej, czyli moc fali pierwotnej opisana jest następującym wzorem:

$$P_P = \frac{|U_P|^2}{2Z_0}; \tag{2-40}$$

Przez analogię moc fali odbitej P_W:

$$P_W = \frac{|U_W|^2}{2Z_0}; \tag{2-41}$$

2.4.2. Moc wydzielona w obciążeniu w warunkach niedopasowania

Do rozważań w tym punkcie przyjmiemy najpierw warunki (2-42).

$$Z_L \neq Z_0; \quad Z_G = Z_0; \tag{2-42}$$

Obciążenie jest niedopasowane i część mocy P_P niesionej przez falę pierwotną / padającą zostaje odbita i jako moc P_W wędruje w stronę generatora. Moc fali wracającej do generatora zostaje przez generator zaabsorbowana, gdyż $Z_G = Z_0$. Oznaczając przez P_L moc wydzieloną w obciążeniu, można napisać oczywisty bilans mocy:

$$P_L = P_P - P_W; \tag{2-43}$$

Moce: padająca i wydzielona w obciążeniu zależą od wartości współczynnika odbicia, co opisuje zależność (2-44).

$$P_L = P_P\left(1 - \frac{|U_W|^2}{|U_P|^2}\right) = P_P(1 - |\Gamma_L|^2) = P_P\frac{4}{\rho + \frac{1}{\rho} + 2}; \tag{2-44}$$

Jak widać, argument współczynnika odbicia nie ma wpływu na bilans mocy. Do powyższej zależności można dopisać jeszcze jedną, oczywistą:

$$\frac{P_W}{P_P} = |\Gamma_L|^2; \tag{2-45}$$

Stosunek mocy odbitej P_W do mocy padającej P_P jest zależny tylko od modułu współczynnika odbicia, co oznacza, że znajomość współczynnika fali stojącej ρ pozwala określić stosunki wszystkich trzech mocy.

Specjalną uwagę należy poświęcić problemowi obliczenia mocy P_L wydzielonej w obciążeniu, w przypadku gdy niedopasowane są obciążenie i generator. Miarą niedopasowania obciążenia jest współczynnik Γ_L. Przez analogię, miarą odbić fali powracającej do generatora jest współczynnik Γ_G.

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0}; \tag{2-46}$$

Przypadek obustronnego niedopasowania jest często spotykany. Najważniejszym skutkiem obustronnego niedopasowania jest zależność poziomu mocy fali biegnącej od generatora od długości l linii długiej. Oznaczymy moc fali biegnącej od generatora do dopasowanego obciążenia jako P_{P0}, a moduł amplitudy fali pierwotnej przez $|U_{P0}|$. W warunkach obustronnego niedopasowania obie te wielkości są funkcją długości l linii długiej.

$$|U_P| = \frac{|U_{P0}|}{|1 - \Gamma_G\Gamma_L e^{-j2\beta l}|}; \tag{2-47}$$

$$|P_P| = \frac{|P_{P0}|}{|1 - \Gamma_G\Gamma_L e^{-j2\beta l}|^2}; \tag{2-48}$$

Jak widać z otrzymanych zależności, odległość l między generatorem a obciążeniem wpływa w istotny sposób na wartość amplitudy fali, jaka ustali się na skutek odbić od obciążenia i generatora. Moc P_P niesiona przez falę zmieni się w jeszcze szerszych granicach, gdyż z kwadratem amplitudy $|U_{P0}|$. W zależności od długości l linii moc P_P zmienia się między wartościami P_{PMAX} i P_{PMIN}. Można znaleźć ich stosunek:

$$\frac{P_{PMAX}}{P_{PMIN}} = \left(\frac{1 + |\Gamma_G\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_G\Gamma_L|}\right)^2; \tag{2-49}$$

Im silniejsze jest obustronne niedopasowanie, im większą wartość ma moduł $|\Gamma_G\Gamma_L|$, w tym szerszych granicach zmienia się moc niesiona przez falę padającą na obciążenie i tym samym moc P_L wydzielona w obciążeniu. Moc tę obliczamy, opierając się na zależności (2-50):

$$P_L = P_{P0}\frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-\Gamma_G\Gamma_L e^{-j2\beta l}|^2};\qquad(2\text{-}50)$$

Zależność powyższa jest podstawą do wprowadzenia pojęcia **dopasowania energetycznego**.

2.4.3. Dopasowanie energetyczne i moc dysponowana generatora

Rozważymy następujący problem: bezstratna linia długa zasilana jest przez generator niedopasowany, dla którego $|\Gamma_G| > 0$. Jak dobrać warunki obciążenia generatora, to znaczy jak dobrać $|\Gamma_L|$ i długość linii, aby w obciążeniu wydzieliła się maksymalna moc?

Wykazaliśmy, że gdy generator jest dopasowany i absorbuje moc odbitej od obciążenia fali, to warunkiem maksymalizacji wydzielonej w obciążeniu mocy jest jego dopasowanie, gdy $Z_L = Z_0$. Jednakże w przypadku niedopasowanego generatora warunek maksymalizacji mocy w obciążeniu jest nieco inny. Zgodnie z teorią obwodów w układzie pokazanym na rys. 2.1B moc wydzielona w obciążeniu Z_L będzie maksymalna, gdy impedancja obciążenia będzie równa sprzężonej wartości impedancji wewnętrznej Z_G generatora:

$$Z_L = Z_G^*;\qquad(2\text{-}51)$$

Gdy między generatorem a obciążeniem umieszczono linię długą, to jej obecność ma wpływ na warunki transmisji mocy. Można wykazać, że moc P_L wydzielona w obciążeniu jest maksymalna, gdy spełniony jest następujący warunek:

$$\Gamma_L e^{-j2\beta l} = \Gamma_G^*;\qquad(2\text{-}52)$$

Warunek ten nazywamy warunkiem dopasowania energetycznego. Oznacza on, że współczynnik odbicia „widziany” przez generator w jego wrotach wyjściowych powinien być równy sprzężonej wartości jego własnego współczynnika odbicia. W warunkach dopasowania energetycznego moc P_{GA} wydzielona w umieszczonym na końcu prowadnicy obciążeniu jest maksymalna i nazywana mocą dysponowaną generatora (ang. *available power*).

$$P_{GA} = P_{LMAX} = \frac{P_{P0}}{1-|\Gamma_G|^2};\qquad(2\text{-}53)$$

Pojęcie „dopasowania” ma dwojakie znaczenia.

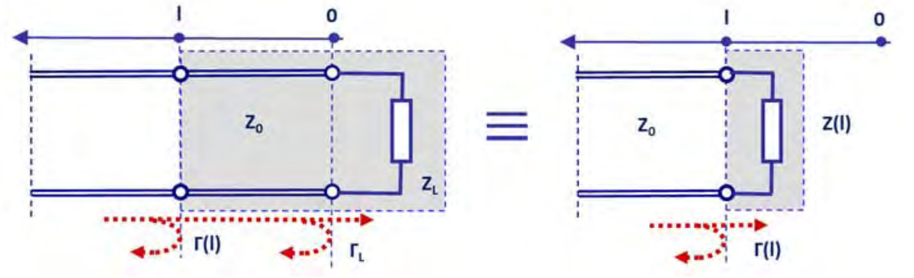
- ✓ Dopasowanie impedancji obciążenia Z_L do impedancji charakterystycznej Z_0 prowadnicy falowej, co jest równoznaczne **warunkowi bezodbiciowości**.
- ✓ Dopasowanie impedancji obciążenia Z_L do impedancji wewnętrznej generatora Z_G, co jest **warunkiem dopasowania energetycznego.**

Powinniśmy umieć odróżniać opisane warunki dopasowania, i analizując kolejne problemy, właściwie je interpretować. Warunki dopasowania omawiane będą w rozdziale 4, gdyż umiejętność dopasowania odgrywa w technice mikrofalowej dużą rolę.

2.5. Transformacja impedancji

2.5.1. Równanie transformacji impedancji – linia bezstratna

Odpowiemy teraz na pytanie, jak zmieni się impedancja Z_L przez dodanie odcinka prowadnicy falowej o odpowiedniej długości l i przez dobór jej impedancji charakterystycznej Z_0 – rys. 2.11. Rozwiązanie tego problemu oznacza, że impedancję Z_L i odcinek prowadnicy o długości l i impedancji charakterystycznej Z_0 zastąpimy teraz impedancją $Z(l)$ o takiej wartości, że rozkłady prądów i napięć na lewo od płaszczyzny l nie ulegną zmianie.



Rys. 2.11. *Odcinek prowadnicy falowej o długości l i impedancji charakterystycznej Z_0, zakończony impedancją Z_L reprezentowany przez impedancję Z(l).*

Aby rozwiązać postawiony problem, należy wyznaczyć wartości napięcia $U(l)$ i prądu $I(l)$ w płaszczyźnie odległej o l od końca. Uda się to zrobić, jeśli odcinek prowadnicy o długości l i impedancji charakterystycznej Z_0 oraz impedancję Z_L zastąpimy impedancją $Z(l)$, równą:

$$Z(l) \equiv Z(l, Z_0, Z_L) = \frac{U(l)}{I(l)}; \tag{2-54}$$

Wykorzystamy tutaj znane związki między współczynnikiem odbicia $\Gamma(l)$ a napięciem i prądem. Otrzymamy wtedy:

$$Z(l) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)}; \tag{2-55}$$

Przyjmiemy dalej, że znamy wartość współczynnika odbicia na końcu linii $\Gamma_L(Z_L)$, a linia jest bezstratna, to znaczy stała propagacji jest czysto urojona $\gamma = j\beta$. Wtedy:

$$Z(l) = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\beta\mathrm{l}}}{1 - \Gamma_L \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\beta\mathrm{l}}}; \tag{2-56}$$

Teraz należy wykorzystać znaną z teorii liczb zespolonych tożsamość $e^{jx} = \cos x + j\sin x$. Po przekształceniach otrzymujemy **równanie transformacji impedancji** z tangensami:

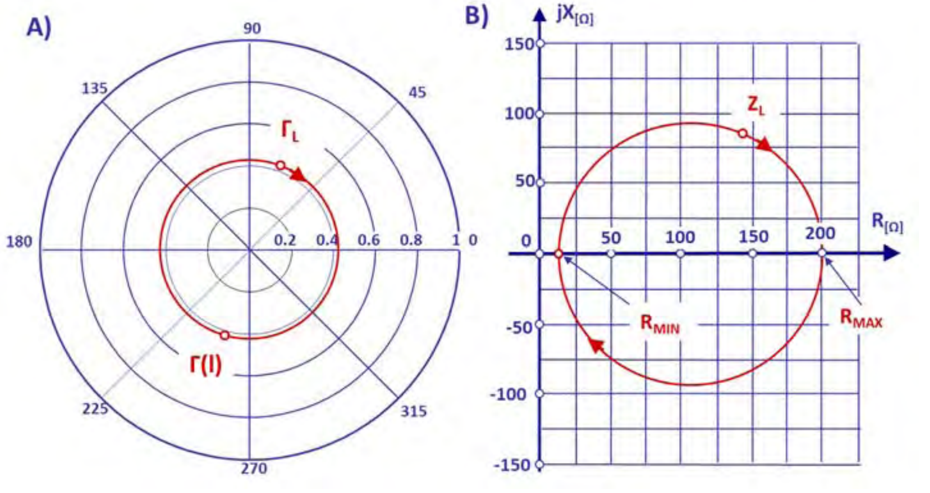
$$Z(l) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \mathrm{tg}(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \mathrm{tg}(\beta l)}; \tag{2-57}$$

Odwrotność wyrażenia (2-57) daje admitancję $Y(l)$ i po niewielkich przekształceniach otrzymuje się podobne wyrażenie na transformację admitancji $Y(l)$ wzdłuż bezstratnej prowadnicy falowej o admitancji charakterystycznej Y_0 i długości l.

$$Y(l) = Y_0 \frac{Y_L + jY_0 \mathrm{tg}(\beta l)}{Y_0 + jY_L \mathrm{tg}(\beta l)}; \tag{2-58}$$

Analiza powyższych zależności prowadzi do następujących wniosków:

- ✓ impedancja $Z(l)$ jest funkcją aż trzech zmiennych: Z_L, Z_0, βl.
- ✓ impedancja Z(l) jest okresową funkcją odległości, $Z(l) = Z(l+\lambda/2)$, a okresem jest pół fali $\lambda/2$.



Rys. 2.12. *Ilustracja transformacji impedancji obciążenia.* **A)** *Transformacja na płaszczyźnie współczynnika odbicia Γ(l).* **B)** *Transformacja na płaszczyźnie impedancji R + jX.*

Na rys. 2.12 pokazano ilustrację graficzną procesu transformacji impedancji przy odsuwaniu się od obciążenia w stronę generatora (patrz rys. 2.6). Na rys. 2.12A widzimy klasyczną transformację współczynnika odbicia $\Gamma(l)$. Jak przy tej transformacji zmienia się impedancja $Z(l)$ pokazuje rys. 2.12B. Okrąg transformacji umieszczono na płaszczyźnie impedancji. Zaznaczono charakterystyczne punkty tego okręgu: R_{MAX} i R_{MIN}. W tych punktach impedancja $Z(l)$ jest czysto rzeczywista i równa ρZ_0 i Z_0/ρ.

Zależność (2-57) wskazuje na bardzo interesujące właściwości linii długiej, umożliwiające komponowanie żądanych parametrów obwodów, co poznamy w kolejnych punktach.

2.5.2. Równanie transformacji impedancji – szczególne przypadki

Równanie transformacji impedancji, zwane także równaniem z tangensami, odgrywa ważną rolę w procesie obliczania parametrów obwodów mikrofalowych. Opracowano wiele programów obliczeń obwodów z liniami długimi. Zapoznamy się z jednym z nich w rozdziale 4. Aby lepiej zrozumieć proces transformacji impedancji wzdłuż linii długiej, przedstawimy kilka charakterystycznych przypadków.

Przypadek 1.

Linia długa jest zakończona obciążeniem o impedancji $Z_L = Z_0$. W tym przypadku, zgodnie z (2-57), $Z(l) = Z_0$.

Wniosek: w każdym punkcie linii impedancja ma tą samą wartość.

Przypadek 2.

Obliczymy impedancję w odległości równej wielokrotności pół fali $l = n\lambda/2$ od obciążenia. Łatwo zauważyć, że $Z(l = n\lambda/2) = Z_L$; impedancja okresowo przyjmuje taką wartość, jaką ma na końcu linii.

Wniosek: linia o długości $n\lambda/2$ jest – z punktu widzenia transformacji impedancji – przezroczysta.

Przypadek 3.

Obliczymy impedancję w odległości równej ćwierć fali $l = \lambda/4$ od obciążenia.

$$Z(l = \lambda/4) = \frac{Z_0^2}{Z_L}; \tag{2-59}$$

Powyższe równanie wskazuje, że linia o długości $l = (2n - 1)\lambda/4$ ma specjalne właściwości i dlatego nazywana jest transformatorem ćwierćfalowym.

Wnioski:

- ✓ Transformator ćwierćfalowy jest inwerterem impedancji. Zamienia on duże /małe wartości rezystancji na rezystancje małe / duże.
- ✓ Transformator ćwierćfalowy zamienia impedancje obciążenia o charakterze indukcyjnym / pojemnościowym na impedancje wejściowe pojemnościowe / indukcyjne.
- ✓ Jeśli obciążeniem linii jest obwód rezonansu szeregowego, to impedancja wejściowa zachowuje się jak dla obwodu rezonansu równoległego i *vice versa*.

Przypadek 4.

W ogólnym przypadku obciążenia linii impedancją $Z_L = R_L + jX_L$, gdy $R_L > 0$, to moduł współczynnika odbicia $|\Gamma_L| < 1$. W miarę odsuwania się od obciążenia zmienia się kąt fazowy współczynnika odbicia. Gdy odsuniemy się na odległość l_1, dla której spełniony jest warunek (2-60):

$$\varphi_L - 2\beta l_1 = 2n\pi; \tag{2-60}$$

to napięcie $U(l_1)$ i prąd $I(l_1)$ są w fazie. Oznacza to, że impedancja $Z(l_1)$ jest czysto rzeczywista i równa:

$$Z(l_1) = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} = \rho Z_0; \tag{2-61}$$

gdzie ρ jest współczynnikiem fali stojącej na linii. Podobnie, gdy odsuniemy się na odległość l_2, dla której spełniony jest warunek (2-62):

$$\varphi_L - 2\beta l_2 = (2n + 1)\pi; \tag{2-62}$$

sytuacja powtarza się i także wtedy napięcie $U(l_1)$ i prąd $I(l_1)$ są w fazie, a więc:

$$Z(l_2) = Z_0 \frac{1 - |\Gamma_L|}{1 + |\Gamma_L|} = \frac{Z_0}{\rho}; \tag{2-63}$$

Oba miejsca l_1 i l_2 oddalone są od siebie o ćwierć długości fali $\lambda/4$. Te dwa przypadki mogą być wykorzystane przy projektowaniu obwodów dopasowujących.

2.5.3. Linie zwarta i rozwarta na końcu

Rozważymy efekty zachodzące w linii długiej zwartej na końcu, co oznacza, że: $Z_L = 0$ i $\Gamma_L = -1$. Zgodnie z zależnością (2-64) impedancja wejściowa linii zwartej na końcu jest w każdym miejscu czystą reaktancją:

$$Z(l) = jX(l) = jZ_0 \mathrm{tg}\beta l; \tag{2-64}$$

Prąd $I(l)$ i napięcie $U(l)$ są przesunięte w fazie o $\pi/2$, a kolejne zera napięcia lub prądu odległe są od siebie o $\lambda/2$. Możemy napisać:

$$I(l) = I_L \cos\beta l; \tag{2-65}$$

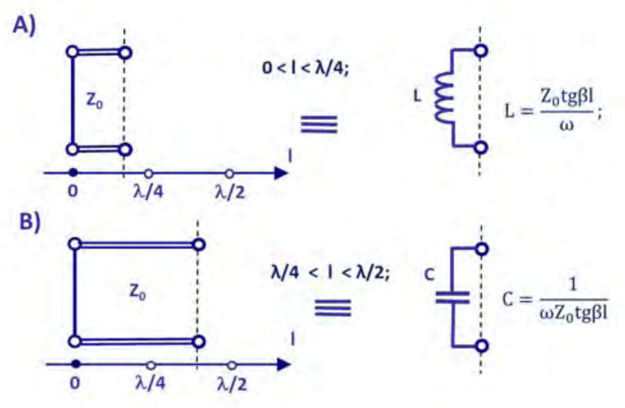
$$U(l) = jI_L Z_0 \sin\beta l;$$

Kąt fazowy między prądem $I(l)$ i napięciem $U(l)$ jest cały czas równy 90^0, jednakże co ćwierć fali zmienia się jego znak. Dlatego $X(l)$ ma dla pewnych zakresów l charakter indukcyjny, dla innych pojemnościowy, co pokazano na rys. 2.13.

Zastępcze wartości indukcyjności L i pojemności C znajdujemy ze wzorów:

$$L = \frac{Z_0 \mathrm{tg}\beta l}{\omega}; \qquad C = \frac{1}{\omega Z_0 \mathrm{tg}\beta l}; \tag{2-66}$$

Dla zakresów częstotliwości w sąsiedztwie $\beta l = (2n - 1)\pi/2$ (nieparzysta liczba ćwiartek fali) linia zwarta na końcu zachowuje się jak obwód rezonansu równoległego.



Rys. 2.13. *Linia długa zwarta na końcu jako element obwodu.* **A)** *Gdy l < λ/4, to odcinek linii reprezentuje reaktancja indukcyjna.* **B)** *Gdy λ/4 < l < λ/2, to odcinek linii reprezentuje reaktancja pojemnościowa.*

Dla zakresów częstotliwości w sąsiedztwie $\beta l = n\pi$ (wielokrotność połowy fali) linia zwarta na końcu zachowuje się jak obwód rezonansu szeregowego.

Impedancja wejściowa linii rozwartej na końcu zapisuje się zależnością:

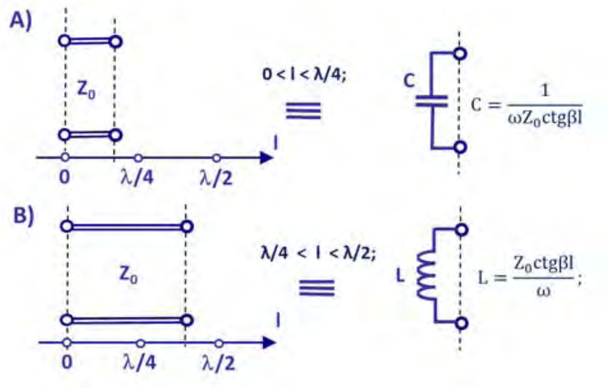
$$Z(l) = jX(l) = -jZ_0 \text{ctg}\beta l; \tag{2-67}$$

Charakter zmian prądu $I(l)$ i napięcia $U(l)$ jest taki, jak w przypadku linii zwartej na końcu, z tą różnicą, że na końcu linii rozwartej $I(l = 0) = 0$. Prąd i napięcie w każdym miejscu linii przesunięte są w fazie o $\pi/2$. Charakter zmian impedancji jest taki, jak dla linii zwartej, tylko przesunięty o $\lambda/4$. W zależności od l linia raz jest pojemnością, raz indukcyjnością – rys. 2.14.

Podobnie jak w przypadku linii zwartej, linia rozwarta może realizować pojemności i indukcyjności, zależnie od odległości od rozwarcia. Wartości zastępczych pojemności i indukcyjności znaleźć można z równań (2-68).

$$L = \frac{Z_0 \text{ctg}\beta l}{\omega}; \qquad C = \frac{1}{\omega Z_0 \text{ctg}\beta l} \tag{2-68}$$

Dla zakresów częstotliwości w sąsiedztwie $\beta l = (2n - 1)\pi/2$ (nieparzysta liczba ćwiartek fali) linia rozwarta na końcu zachowuje się jak obwód rezonansu szeregowego.



Rys. 2.14. *Linia długa rozwarta na końcu jako element obwodu.* **A)** *Gdy l < λ/4, to odcinek linii reprezentuje reaktancja pojemnościowa.* **B)** *Gdy λ/4 < l < λ/2, to odcinek linii reprezentuje reaktancja indukcyjna.*

Dla zakresów częstotliwości w sąsiedztwie $\beta l = n\pi$ (wielokrotność połowy fali) linia rozwarta na końcu zachowuje się jak obwód rezonansu równoległego.

2.6. Podsumowanie

Konstruowane współcześnie obwody i układy elektroniczne, zarówno dla potrzeb informatyki, jak i telekomunikacji, pracują w pasmach mikrofalowych i fal milimetrowych. Rozmiary połączeń w takim układzie, mimo miniaturyzacji, są porównywalne, a nawet większe od długości fali. Skutkiem tego jest konieczność wykorzystania opisu linii jako elementu obwodu, by właściwie policzyć parametry takiego układu.

W wielu przypadkach linią długą jest odcinek prowadnicy falowej, której zadaniem jest dostarczyć do obciążenia / odbiornika jak najwięcej mocy z generatora / nadajnika. Wykazaliśmy, że na linii takiej powstają dwie fale biegnące do i od obciążenia. Obciążenie linii długiej odbiera energię fali biegnącej w jego stronę i decyduje o powstaniu fali odbitej, powracającej do generatora. Obliczenie procesu transmisji mocy wymaga znajomości nie tylko impedancji obciążenia, ale parametrów linii długiej: impedancji charakterystycznej oraz stałej propagacji.

Impedancja widziana w pewnej odległości od końca linii długiej jest różna od tej umieszczonej na końcu. Właściwości modyfikowania impedancji opisane są równaniem transformacji. Ta właściwość pozwala budować obwody o prawie dowolnej impedancji. Jak wykazano, odcinki linii długiej zwartej lub rozwartej na końcu zachowują się jak pojemność bądź indukcyjność. Obliczenia są zwykle wykonywane przez odpowiednio przygotowany program rachunkowy.