

Maciej M. Sysło

Wydział Matematyki i Informatyki  
Uniwersytet Wrocławski  
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

---

---

# Historia rachowania – ludzie, idee, maszyny

## Historia mechanicznych kalkulatorów

**D**la wielu osób informatyka nie ma jeszcze swojej historii. Współczesny komputer elektroniczny jest jednak ukoronowaniem wspólnych wysiłków cywilizacji i pokoleń, rozwijających w ciągu wieków wiele różnych dziedzin nauki i techniki, które kształtowały również sposoby rachowania i konstrukcje urządzeń wspomagających złożone i masowe obliczenia. Od zarania bowiem ludzkości człowiek starał się ułatwić sobie prowadzenie rachunków i obliczeń, posługując się przy tym różnymi urządzeniami. Tak rodziły się abaki (liczydła), kalkulatory i wreszcie komputery.

Komputer osobisty z początków lat 80. XX wieku można uznać za zwieńczenie wysiłków zarówno tych, których efektem były przeróżne konstrukcje kalkulatorów mechanicznych, przeznaczonych na ogół do osobistego użytku, jak i tych, które skupiały się na budowie komputera o ogólnym i powszechnym przeznaczeniu.

Jeśli nawet uznaje się, że informatyka ma swoją historię, to na ogół niewielką uwagę przywiązuje się do urządzeń mechanicznych. A przecież twórcami pierwszych takich maszyn były nieprzeciętne umysły XVII wieku: John Napier, Blaise Pascal i Gottfried Leibniz. Mechanizmy użyte przez Pascala i Leibniza były stosowane w kalkulatorach mechanicznych do ostatnich dni tych urządzeń. Co więcej, ich rozwój i produkcja doprowadziły do sytuacji w latach 50.-70., w której każdy człowiek potrzebujący takiego urządzenia mógł sobie je sprawić, podobnie jak dzisiaj każdy może mieć komputer osobisty. Na początku lat 70. te piękne mechaniczne cacka powędrowały jednak do lamusa, wyparte przez kalkulatory elektroniczne.

Niniejszy rozdział jest poświęcony najważniejszym osiągnięciom w dziedzinie kalkulatorów mechanicznych i kilku ważnym ideom z okresu ich świetności, które można dzisiaj odnaleźć, w nieco przetworzonej postaci, wśród najważniejszych mechanizmów napędzających rozwój współczesnej technologii i informatyki.

## 1. Wprowadzenie

Wiele momentów przełomowych w historii doprowadziło do powstania współczesnego komputera, patrz p. 9. Zalicza się do nich: projekty maszyn Charlesa Babbage'a (początek XIX wieku), system tabulacyjny Hermana Holeritha (koniec XIX wieku), prace Claude E. Shannona, dotyczące wykorzystania algebry Boole'a do analizy i syntezy układów przełączających i binarnych (pierwsza połowa XX wieku), komputery Konrada Zuse (połowa XX wieku), fundamentalne dla teorii obliczalności prace Alana Turinga (lata 30. XX wieku), pierwsze komputery elektroniczne – ABC, Colossus, ENIAC, Harvard MARK, EDVAC, IBM 701 (lata II wojny światowej i lata powojenne), wynalazki tranzystora i układu scalonego, rozwój Internetu (druga połowa XX wieku).

Znacznie wcześniej, bo od początku XVII wieku, a na dobrą sprawę od zarania ludzkości, narastało zainteresowanie automatyzacją obliczeń i urządzeniami, które byłyby w stanie usprawnić rachowanie. Pojawiały się pomysły i wynalazki, które miały na celu zbudowanie urządzenia obliczeniowego do indywidualnego użytku. Chociaż pierwsze pomysły były elitarne – Wilhelm G. Schickard zbudował maszynę dla Johanna Keplera (1623), Blaise Pascal zaprojektował Pascalinę dla swojego ojca poborcy podatkowego (1642), a Gottfried W. Leibniz zbudował „ławę liczącą”, trochę w rywalizacji z Pascalem, ale głównie z myślą o realizacji maszyny filozoficznej (1694) – to dalszy rozwój urządzeń do indywidualnych obliczeń i ich produkcja doprowadziły w latach 50-70. XX wieku do sytuacji, w której każdy człowiek potrzebujący takiego urządzenia mógł sobie je sprawić, podobnie jak dzisiaj każdy może mieć komputer osobisty.

I pewnego dnia, gdzieś na początku lat 70., te piękne mechaniczne cacka powędrowały do lamusa. Chociaż od wynalezienia tranzystora (koniec lat 40.) i układu scalonego (początek lat 70.) można się było tego spodziewać, wielu użytkowników mechanicznych kalkulatorów żegnało się z nimi z żalem, mogły bowiem one działać i spełniać swoje zadania jeszcze przez wiele lat, a niektóre z nich wręcz w nieskończoność. Zastąpiły je kalkulatory elektroniczne.

Te dwa nurty w historii informatyki przecięły się na początku lat 80. XX wieku, a efektem tego było pojawienie się komputera osobistego, takiego jak IBM PC czy Apple. Wykorzystano w nich więcej wynalazków z tego głównego nurtu, a z tego znacznie starszego pozostała tylko idea urządzenia osobistego.

Czy z tego drugiego, wydaje się, że mniej znaczącego ciągu rozwoju urządzeń do liczenia, wypływa jakaś lekcja historii? Co pozostało w informatyce po urządzeniach, które przeszły w niepamięć, po ideach i wynalazkach, które zostały

w nich zrealizowane? Czy doskonałością swoich rozwiązań zaprzątają one dzisiaj uwagę jedynie kolekcjonerów?<sup>1</sup>

Nie wszystko jednak umarło i idee oraz wynalazki z okresu przedelektronicznego można jednak znaleźć we współczesnej informatyce, czasem w nieco przetworzonej postaci – wymienimy ważniejsze z nich: logarytm – miał szansę wynaleźć go Euklides, niemal 1500 lat wcześniej niż zrobił to Napier, kompresja informacji ukryta w alfabecie Morse’a, układ klawiszy na klawiaturze i fonty w edytorach pochodzące od pierwszych maszyn do pisania. Piszemy o tym w p. 7.

A przyszłość informatyki? Kalkulatory mechaniczne i elektryczne oraz suwaki logarytmiczne zostały użyte przy projektowaniu kalkulatorów elektronicznych, te zaś wyparły niemal natychmiast z użycia urządzenia, które posłużyły do ich stworzenia. A jaka nowa technologia zostanie stworzona na dzisiejszych komputerach osobistych i superkomputerach, która wyprze je w przyszłości? Może będzie to nie tylko technologia, a wręcz inny rodzaj inteligencji, konkurującej z inteligencją nierozzerwalnie związaną z człowiekiem? Szkoda, że nie znamy odpowiedzi na zatroskanie wielkiego fizyka:

*Skąd bierze się różnica  
między przeszłością i przyszłością?  
Dlaczego pamiętamy przeszłość,  
a nie pamiętamy przyszłości?*

Stefan W. Hawking, *Krótką historia czasu*

## 2. Liczby, abaki, algorytmy

### 2.1. Narodziny liczb

Narodziny liczb trwały bardzo długo, przypuszcza się, że nawet przez 30 tys. lat, patrz [3] i [4]. Historia tego wynalazku jest w dużej części anonimowa, ponieważ liczby i sposoby rachowania są produktem zbiorowej praktyki, w której uczestniczyły, w różnych okresach swojej historii i niezależnie, wszystkie znaczące cywilizacje przeszłości: sumeryjska i babilońska, egipska, grecka, rzymska i żydowska, cywilizacje Chińczyków i Japończyków, Majów, Hindusów i Arabów. Zwieńczeniem intelektualnych zmagania ludzkości jest upowszechnienie się we wszystkich współczesnych cywilizacjach **dziesiętnego systemu pozycyjnego** do zapisywania liczb z jednoczesnym przyjęciem roli **zera jako cyfry i liczby**.

---

<sup>1</sup> Urządzenia na ilustracjach należą do kolekcji autora. Więcej zdjęć i opisów tych i innych urządzeń (będzie) można znaleźć w witrynie autora <http://mmsyslo.pl/>.

Znaczącym pomysłem na drodze do obecnie stosowanego systemu liczbowego było wprowadzenie **bazy** i posługiwanie się nią w zapisie liczb. Baza służyła do grupowania jednostek i coraz większych grup tak, by móc zapisywać coraz większe liczby. Zapewne w związku z liczbą palców u obu rąk, często za bazę przyjmowano 10. Wtedy wystarczyło nazwać liczby mniejsze od 10 oraz kolejne potęgi liczby 10, by móc wypowiedzieć lub zapisać każdą liczbę. Popularne były także bazy: 5 (liczba palców u jednej ręki), 20 (liczba wszystkich palców u człowieka), 12 (do dzisiaj mamy *tuzin* i *gros*, czyli dwanaście tuzinów), a także zagadkowa baza 60, stosowana przez Sumerów i Babilończyków w XVIII wieku p.n.e., której ślady pozostały do dzisiaj w naszych rachunkach związanych z czasem i kątami.

Za kolebkę stosowanych obecnie cyfr, zwanych **arabskimi**, w tym zera, i pozycyjnego systemu zapisywania liczb, uważa się powszechnie Indie, gdzie te odkrycia pojawiły się w V – I wieku p.n.e., a osiągnęły swoją dojrzałą postać w V – VI wieku n.e. Pięć wieków (VIII – XIII) to okres świetności nauki w świecie muzułmańskim. Arabowie interesowali się osiągnięciami świata starożytnego, poznali odkrycia Hindusów (*de numero Indorum* – indyjską sztukę rachowania) i sami rozwinęli wiele pomysłów matematycznych. Jednym z czołowych matematyków arabskich był **Muhammad ibn Musa al-Chorezmi** (ok. 787 – ok. 847 n.e.), który przyczynił się rozpowszechnienia dziesiętnego systemu pozycyjnego i metod rachunkowych pochodzenia indyjskiego. Same cyfry pochodzą od Arabów, którzy zamieszkiwali w Afryce północnej i w Hiszpanii. Wprowadził je w Europie papież Sylwester II (**Gerbert d'Aurillac**, ok. 945 – ok. 1003 n.e.), ale upłynęło ponad 200 lat zanim w Europie zaczęto w pełni korzystać z dziesiętnego systemu zapisu liczb i zera oraz z metod rachunkowych pochodzących z Indii. Przysłużył się temu wielce **Fibonacci** (Leonardo z Pizy, ok. 1170 – ok. 1250 n.e.) swoim dziełem *Liber Abaci*.

Niektóre cywilizacje wprowadzały własne systemy oznaczania cyfr i liczb oraz rachowania na nich, często związane z językiem, jakim się posługiwały, patrz rys. 1. Większość tych systemów jest stosowanych do dzisiaj, obok systemu dziesiętnego. Własny system wynaleźli Rzymianie (w V wieku p.n.e) – **cyfry rzymskie** służyły głównie do zapisywania i przechowywania liczb, ale trudniej było z ich pomocą wykonywać rachunki. Stosowane są do dzisiaj, np. do oznaczania dat. Wartość dziesiętna liczby zapisanej w tym systemie jest sumą i/lub różnicą wartości znaków tej liczby – jest to przykład **addytywnego systemu liczbowego**. Popularne były również **alfabety liczbowe**, czyli oznaczenia cyfr i liczb za pomocą liter (znaków) alfabetu. Taką notacją do dzisiaj posługują się Żydzi, np. przy numerowaniu stron i wersetów Starego Testamentu oraz dzieł pisanych po hebrajsku. Chińczycy (w XXX wieku p.n.e.) także wprowadzili numerację pisaną, którą stosują do dzisiaj oprócz numeracji arabskiej. Od Chińczyków notację tę zapożyczyli Japończycy.



Rysunek 1. Przykłady liczb zapisanych w innych systemach niż dziesiętny (tablica z Gubbio we Włoszech, zegary z Pragi – górny tradycyjny, a dolny z tarczą hebrajską)

## 2.2. Pierwsze ‘maszyny’ do rachowania i algorytmy

Ludzie od dawna w swoich zajęciach praktycznych rachowali, czyli odliczali, różne rzeczy, takie jak zdobycze i łupy z walk czy zwierzęta, które hodowali i wymieniali na inne towary. Na początku stosowano w tym celu **palce u rąk** i ich człony, a dla zwiększenia zakresu liczb – również palce u nóg, a także inne części ciała. W Chinach podobno potrafiono wykonywać obliczenia na palcach i częściach obu rąk aż do dziesięciu miliardów!

Z czasem pojawiła się naturalna konieczność trwałego zapisywania liczb i wyników obliczeń. Najstarsze znane metody polegały na **stosowaniu nacięć** na kościach, kawałkach drewna lub wyłobień na kamieniach. Co ciekawe, nacięcia na drewnie dla oznaczania liczb stosowano w Europie jeszcze w XIX wieku.

Popularnym sposobem zapisywania liczb i wykonywania na nich obliczeń w większości cywilizacji w przeszłości było posługiwanie się **sznureczkami z węzełkami**. Stosowano je na Bliskim Wschodzie w V wieku p.n.e. i nawet nieco wcześniej na Dalekim Wschodzie, gdzie ten sposób rachowania do dzisiaj nie całkiem zanikł. Najdoskonalsze sznureczki z węzełkami, zwane **quipu**, stosowano w cywilizacji Inków w pierwszej połowie drugiego tysiąclecia naszej ery. Oznaczano z ich pomocą liczby przedstawiane na bazie systemu dziesiętnego (ale w sposób addytywny) i używano ich głównie w administracji jako archiwa budżetowe. Udoskonalonym **quipu**, zwanym **chimpu**, posługują się jeszcze dzisiaj Indianie boliwijscy i peruwiańscy.

### 2.2.1. Abaki

Największą rolę w rozwoju pierwszych narzędzi służących do obliczeń odegrały **kamyki**. Kamyk, kamyczek to po łacinie *calculus* – co brzmi jak rdzeń

wielu słów w wielu językach, związanych z obliczeniami, np. kalkulować. Początkowo kamyki układano w stosy. Z czasem zaczęto je układać na ‘planszach’, które służyły do wykonywania obliczeń – były to pierwsze **abaki**. Mogła to być odpowiednio przygotowana powierzchnia piasku lub kamienia (np. marmuru), na której zaznaczano pionowe lub poziome rowki i w nich układano kamyki – poszczególne rzędy odpowiadały zwykle (np. w starorzymskich abakach) określonej potędze liczby 10. Abaki nie wymagały wprowadzenia zera – odpowiadało mu puste miejsce w rzędzie. Z czasem abaki stały się przenośne dzięki zmniejszeniu ich wielkości. Później wprowadzono pręty, na które nawlekano żetony zrobione z różnych materiałów, co umożliwiałało utrzymywanie ich w odpowiednich miejscach względem siebie, stan obliczeń w abakach określa bowiem rozmieszczenie elementów ruchomych (kamieni, żetonów) na piasku lub na prętach.



Rysunek 2. Różne liczydła: japoński soroban (stary i nowy), chiński suan-pan, rosyjskie schoty

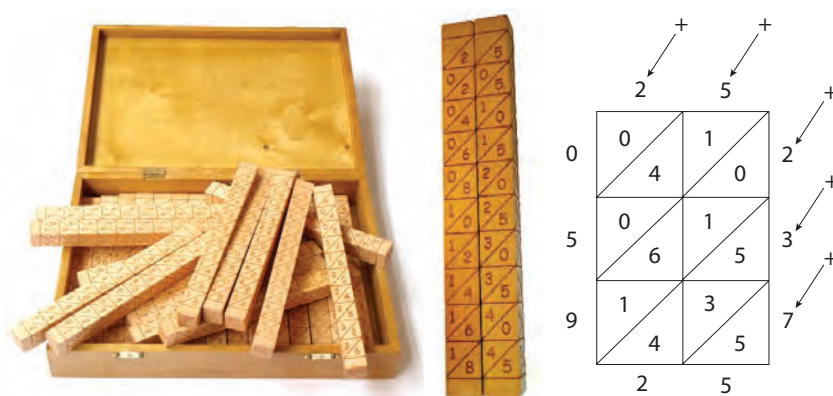
Kolejne rzędy w starszych abakach, w których układano kamyki, i pręty w późniejszych modelach liczydeł odpowiadały pozycjom w systemie rachowania. Abaki rozwinęły się niezależnie w różnych częściach świata, istnieje wiele ich odmian i na ogół są znane pod swoimi lokalnymi nazwami, patrz rys. 2. W Chinach jest to **suan-pan**, w Rosji – **schoty** (wynalezione w XVII wieku), a w Japonii – **soroban**. Udoskonalano je głównie z myślą o usprawnieniu i przyspieszeniu wykonywania działań, np. przez redukcję liczby żetonów w rzędach lub na prętach. Współczesne abaki są nazywane **liczydłami**. W wielu krajach liczydła

były powszechnie stosowane jeszcze w drugiej połowie XX wieku i do dzisiaj np. w Japonii i w Rosji nie zostały całkowicie wyparte przez elektroniczne kalkulatory. W Japonii, uznawanej za kraj powszechnej elektronizacji, soroban jest nadal wykorzystywany w małych sklepikach rodzinnych i w niektórych urządzeniach (np. na poczcie) i uczą się stosować go w obliczeniach dzieci w szkołach.

Abakusy i liczydła mają wady, które częściowo zostały usunięte w kalkulatorze, a ostatecznie dopiero w komputerach. Służą one tylko do zaznaczenia bieżących wyników obliczeń, ale nie ma w nich miejsca ani na zapamiętywanie wyników pośrednich i końcowych, ani na zapamiętywanie kolejno wykonywanych działań.

### 2.2.2. Pałeczki Napiera

Mnożenie przez siebie liczb wielocyfrowych od zarania dziejów sprawiało człowiekowi wiele trudności. Próbowano radzić sobie na wiele sposobów, również za pomocą różnorodnych diagramów i przyborów. Podstawą większości wczesnych metod obliczania iloczynu liczb wielocyfrowych było w oczywisty sposób zastąpienie mnożenia przez wielokrotne dodawanie. Składniki tego dodawania wyznaczano na różne sposoby, np. jako iloczyny jednego z czynników przez odpowiednie potęgi liczby 2 (otrzymywane w wyniku wielokrotnego podwajania czynnika, czyli dodawania do siebie) lub jako iloczyny jednego z czynników przez pojedyncze cyfry. Ten pierwszy sposób jest czasem nazywany **metodą rosyjskich chłopów** (patrz [10]), ten drugi zaś odnajdujemy w bardzo starych **tabliczkach mnożenia**, zwanych obecnie **gelosia**. Na przełomie XVI i XVII wieku, **John Napier** (1550-1617), lord, matematyk szkocki, zagorzały protestant, wynalazca różnych narzędzi i instrumentów, usprawnił posługiwanie się tabliczkami mnożenia w wersji pisanej, wprowadzając w miejsce tabliczki pałeczki, zwane **pałeczkami Napiera** (patrz rys. 3), a w wersji dla zamożnych – kośćmi Napiera, gdyż były zrobione z kości słoniowej.



Rysunek 3. Pałeczki Napiera – wyrób współczesny. Ustawienie pałeczek do wykonania iloczynu 25 x 237 i schemat dodawania w tym przypadku

Pałeczki Napiera były przeznaczone do wykonywania mnożenia. Algorytm mnożenia dwóch liczb jest przedstawiony w tabeli 1. Niewiele się on różni od pisemnego mnożenia dwóch liczb. Jedynym uproszczeniem jest rozbięcie iloczynu pierwszego czynnika przez cyfrę z drugiego czynnika (patrz rys. 3), ale czy rzeczywiście jest to uproszczenie?

**Tabela 1.**  
**Algorytm mnożenie za pomocą pałeczek Napiera**

	<b>Oblicz: <math>25 \times 237 = 5925</math></b>
1. Ustaw obok siebie pałeczki oznaczone u góry cyframi pierwszego czynnika, w kolejności zgodnej z kolejnością cyfr w tej liczbie.	Patrz rys. 3
2. Wypisz pod sobą z przesunięciem sumy (na ukos) elementów w wierszach, odpowiadających kolejnym cyfrom od końca drugiego czynnika.	175 075 050
3. Dodaj z przeniesieniem liczby umieszczone w wierszach.	Razem: 5925

Pałeczki Napiera wykorzystał Wilhelm Schickard w swojej maszynie, uważanej za pierwszy kalkulator mechaniczny zbudowany przez człowieka, patrz p. 3.1.

### 2.2.3. Algorytmy

Na chwilę przerwamy omawianie urządzeń do liczenia, by wspomnieć o pojęciu **algorytm**. Oznacza ono zbiór poleceń wykonywanych krok po kroku, aby otrzymać pożądany wynik lub osiągnąć zamierzony cel, to także opis posłużenia się urządzeniem do liczenia. Babilończycy używali algorytmów nie tylko w obliczeniach matematycznych, ale również w innych dziedzinach życia, takich jak stosowanie prawa, nauka gramatyki języka, przewidywanie przyszłości, porady medyczne i przygotowywanie potraw.

Wśród osiągnięć greckich matematyków, żyjących w ostatnich pięciu wiekach przed naszą erą, znajdują się zarówno dowody doniosłych twierdzeń matematycznych, takich jak twierdzenie Pitagorasa, jak i przepisy służące do wykonania obliczeń. Najbardziej znanymi algorytmami pochodzącymi ze starożytności są algorytm Euklidesa i sito Eratostenesa. **Algorytm Euklidesa** służy do wyznaczania największego wspólnego dzielnika dwóch liczb (patrz p. 7.1). Euklides zamieścił go w swoim fundamentalnym dziele *Elementy*, które aż do XIX wieku było wykorzystywane jako podręcznik szkolny. Sam algorytm Euklidesa przez długie lata występował w informatyce jako synonim pojęcia algorytm – zasługuje na to miano swoimi własnościami informatycznymi i rozległością zasto-



sowań. Z kolei **sito Eratostenesa** jest metodą, umożliwiającą generowanie kolejnych liczb pierwszych. Ten algorytm ma jednak mniejsze znaczenie praktyczne niż algorytm Euklidesa, gdyż obecnie największym wyzwaniem dla informatyków jest pogoń za największymi liczbami pierwszymi.

Algorytmami posługiwano się znacznie wcześniej niż wymyślono dla nich nazwę. Słowo **algorytm** pochodzi od brzmienia fragmentu nazwiska – Muhammad (Mohammed) ibn Musa **al-Chorezmi** – wspomnianego wcześniej matematyka arabskiego. W Średniowieczu terminem algorytm określano rutynową procedurę obliczeń arytmetycznych, wykonywaną na piśmie za pomocą cyfr arabskich i systemu dziesiętnego. Ten sposób rachowania z trudem zdobywał sobie popularność. Kilka wieków trwał spór między ‘abacystami’, którzy starali się zachować abaki (czyli wykonywanie rachunków za pomocą żetonów na planszach), a ‘algorystami’, którzy dążyli do wprowadzenia rachunków na piśmie za pomocą cyfr arabskich.

Z nastaniem ery komputerów pojęcie algorytmu uległo uściśleniu – **algorytmem** jest ścisły przepis, który gwarantuje otrzymanie w skończonej liczbie kroków odpowiedzi na postawione pytanie lub rozwiązanie problemu. W odniesieniu do komputera można powiedzieć, że każdy program komputerowy jest zapisem jakiegoś algorytmu w języku, który jest zrozumiały dla komputera. Zatem komputer to maszyna służąca do wykonywania algorytmów, zapisanych w zrozumiałym dla niego języku. Nie inaczej było z wcześniejszymi urządzeniami do obliczeń – służyły do wykonywania obliczeń według algorytmów, które składały się z ciągu operacji, na ogół manualnych na tych urządzeniach – ilustrujemy to opisami algorytmów zamieszczonymi w kolejnych tabelach.

#### 2.2.4. Dwa algorytmy automatycznych obliczeń

Przedstawiamy w tym punkcie dwa algorytmy, które są stosowane w mechanicznych kalkulatorach. Pierwszy z nich służy do automatycznego mnożenia dwóch liczb, a drugi znajduje zastosowanie przy odejmowaniu. W obu algorytmach podstawowym działaniem jest **dodawanie**. Kalkulatory, w których te operacje są wykonywane zgodnie z poniższymi algorytmami, nazywa się niekiedy **sumatorami**. Często były one budowane z myślą o realizacji tych algorytmów.

##### Mnożenie przez skomasowane dodawanie

Pierwszy algorytm polega na zastąpieniu mnożenia przez skomasowane dodawanie. Jeśli mamy obliczyć iloczyn  $a \times b$ , to zamiast dodania liczby  $a$  do siebie  $b$  razy, dodawane są większe sumy częściowe, dzięki czemu liczba dodawań jest znacznie mniejsza.

Tabela 2.  
Algorytm mnożenia przez skomasowane dodawanie

	Oblicz: $25 \times 237 = 5925$
Jako początkowy wynik mnożenia ustaw 0.	
1. Ustaw (wybierz) pierwszy czynnik.	Patrz rys. 13.
2. Do wyniku dodaj pierwszy czynnik tyle razy, ile wynosi ostatnia od końca cyfra drugiego czynnika.	Początkową wartością wyniku jest równe $25 \times 7 = 175$ ,
3. Dla kolejnych od prawej pozycji w drugim czynniku, do wyniku dodaj pierwszy czynnik, wcześniej przesunięty o kolejne miejsce w lewo, pomnożony tyle razy ile wynosi cyfra stojąca na tej pozycji w drugiej liczbie.	$25 \times 7 = 175$ $250 \times 3 = 750$ $2500 \times 2 = 5000$ <p>Razem: <math>25 \times 237 = 5925</math></p>

W algorytmie w tabeli 2 w kroku 1., „ustaw” oznacza ustawienie cyfr pierwszego czynnika, korzystając z mechanizmu kalkulatora (np. jak w „kręciółkach”, patrz p. 3.4 i rys. 13) lub przygotowanie się do wielokrotnego posłużenia się tym czynnikiem w obliczeniach (jak w sumatorach biurowych, patrz p. 3.5).

Uzasadnieniem poprawności powyższego algorytmu może być następujący ciąg przekształceń przykładowego iloczynu  $25 \times 237$  do postaci, która odpowiada wykonywanym działaniom w algorytmie:

$$25 \times 237 = 25 \times (7 + 3 \times 10 + 2 \times 10^2) = 25 \times (7 + 30 + 200) = 25 \times 7 + 25 \times 30 + 25 \times 200 = 25 \times 7 + 250 \times 3 + 2500 \times 2 = 5925$$

Zauważmy, że dzięki takiej interpretacji iloczynu liczb, w przykładzie  $25 \times 237$  zamiast 237 razy dodawać do siebie liczbę 25, wykonanych zostało  $7 + 3 + 2 = 12$  dodawań, gdyż liczba dodawań jest równa sumie cyfr w drugim czynniku.

### Odejmowanie przez dodawanie

Drugi algorytm dotyczy zastąpienia odejmowania liczby przez dodanie odpowiednio zmienionego odjemnika, czyli liczby, którą odejmujemy. Ten algorytm jest niezbędny do wykonywania odejmowania, a więc i dzielenia za pomocą kalkulatorów, które są przeznaczone tylko do wykonywania dodawania.

Uzasadnienie poprawności tego algorytmu również podamy na przykładzie. Wyróżniona na czerwono cyfra **1** znajduje się na pozycji, której... nie ma w kalkulatorze. A dokładniej, jeśli w kalkulatorze liczba może mieć pięć cyfr, jak w przykładzie w tabeli 3, to obliczenie różnicy  $237 - 48$  zostaje zastąpione przez obliczenie wartości wyrażenia  $237 - 48 + 100000$ , a to z kolei polega na następującym pogrupowaniu działań:

$$237 - 48 + \mathbf{100000} = 237 - 48 + 99999 + 1 = 237 + (99999 - 48) + 1 = 237 + 99951 + 1 = \mathbf{100188} + 1 = \mathbf{100189}$$

Tabela 3.  
Algorytm odejmowania przez dodawanie

	Oblicz: $237 - 48 = 189$
1. Przypuśćmy, że chcemy obliczyć różnicę $a - b$ .	237 - 48
2. Uzupełnij początkowymi zerami liczbę $a$ do maksymalnej liczby cyfr, jaka może wystąpić w obliczeniach (w kalkulatorze). Do $a$ dodaj liczbę, której cyfry są uzupełnieniami do 9 cyfr liczby $b$ .	$\begin{array}{r} 00237 \\ 99999 - 48 = 99951 \\ \text{Razem: } \mathbf{100188} \end{array}$
3. Do otrzymanego wyniku dodaj 1.	$\begin{array}{r} \mathbf{100188} \\ 1 \\ \text{Razem: } \mathbf{100189} \end{array}$

A więc otrzymujemy poprawny wynik, gdyż tej jedynki **1** w wyniku nie ma w kalkulatorze. Utworzenie uzupełnienia liczby  $b$  do liczby złożonej z samych dziewiątek faktycznie nie jest wykonywane w kalkulatorach, w których odejmowanie jest wykonywane zgodnie z powyższym algorytmem. W tych kalkulatorach cyfry odjemnej  $a$  i cyfry odjemnika  $b$  są odmiennie oznaczone (te drugie są na przykład mniejsze lub/i czerwone) i liczbę  $a$  wybieramy, używając tych pierwszych cyfr, a liczbę  $b$  – tych drugich, patrz rys. 5, 10.

Wiemy już, jak automatyzować dodawanie, mnożenie i odejmowanie. Z czterech podstawowych działań pozostało jeszcze dzielenie. Nie wynaleziono dla dzielenia żadnego specjalnego algorytmu i jest ono na ogół wykonywane jako wielokrotne odejmowanie, podobnie jak mnożenie jest wielokrotnym dodawaniem. W niektórych prostych kalkulatorach jest osobna skala dla odejmowania, patrz rys. 8.

### 3. Kalkulatory mechaniczne

Urządzenia obliczeniowe mające na celu ułatwienie i przyspieszenie obliczeń zwykło się nazywać **kalkulatorami**, chociaż oryginalne nazwy, zwłaszcza pierwszych takich urządzeń były przeróżne. To miano odnosi się zarówno do urządzeń mechanicznych, elektrycznych (tj. mechanicznych o napędzie elektrycznym), jak i elektronicznych. Kalkulator odróżnia się od komputera brakiem możliwości jego programowania, chociaż nie jest to do końca prawdą – niektóre bardziej zaawansowane kalkulatory elektroniczne można programować i można

wykonywać z ich pomocą programy. Z drugiej strony, na początku ery komputerów niektóre komputery miały w nazwie *calculator*.

W tym rozdziale zajmujemy się kalkulatorami mechanicznymi. **Kalkulatorom elektrycznym** nie poświęcamy odrębnego miejsca, gdyż były to konstrukcje, w których silnik elektryczny służył wykonywaniu czynności wcześniej realizowanych mechanicznie. Kalkulatorami elektronicznymi nie zajmujemy się tutaj w ogóle.

Podstawowym działaniem w większości kalkulatorów mechanicznych jest dodawanie, stąd popularna ich nazwa **sumatory**, stosowana najczęściej do kalkulatorów, które służą głównie do wykonywania dodawania. Jednak, jak pokazaliśmy w p. 2.2.4, dysponując w kalkulatorze tylko dodawaniem, można go użyć również do wykonywania odejmowania, mnożenia i dzielenia. W wielu kalkulatorach bazujących na dodawaniu, wykonywanie innych działań znacznie uproszczono, stosując przy tym różne rozwiązania techniczne.

Wśród kalkulatorów mechanicznych, ze względu na podstawowe mechanizmy ich funkcjonowania i sposoby wykonywania działań, można wyróżnić kilka grup:

- **sumatory proste**, które służą do dodawania lub dodawania i odejmowania, a pozostałe działania muszą być sprowadzone do tych dwóch działań;
- kalkulatory, w których są wykorzystywane **bębny z zębami** (ang. *stepped drum*), użyte po raz pierwszy przez Leibniza – ten mechanizm ułatwia dodawanie (z przenoszeniem), a więc i mnożenie całych liczb, patrz p. 3.3;
- kalkulatory, w których są wykorzystywane **koła z ruchomymi zębami** (ang. *pinwheel*) – ten mechanizm również ułatwia dodawanie (z przenoszeniem), a więc i mnożenie całych liczb – patrz p. 3.4;
- **sumatory klawiaturowe** – pełnoklawiszowe lub tylko z 10 klawiszami z cyframi, patrz p. 3.5.

Kalkulatory mechaniczne, zwłaszcza w wersji biurowej, były często wyposażone w dodatkowe urządzenie do drukowania, patrz rys. 7.

### 3.1. Pierwsze kalkulatory

#### Maszyna Schickarda

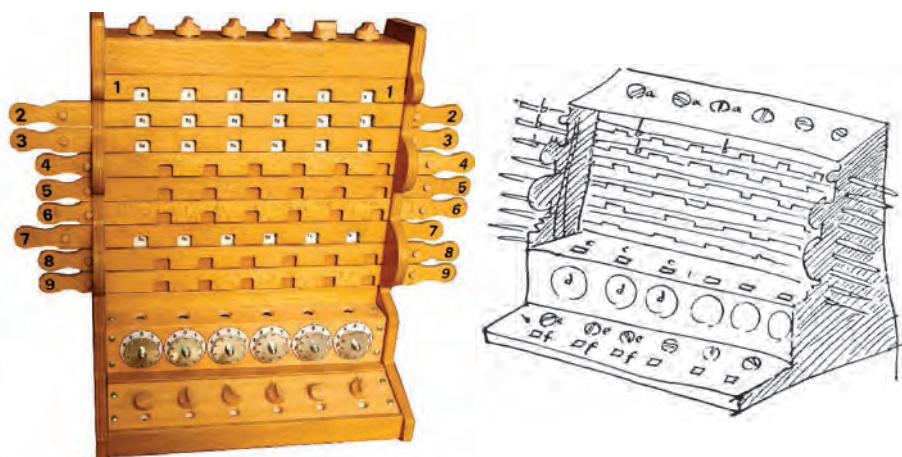
Za twórcę pierwszej w historii maszyny liczącej jest uznawany **Wilhelm Schickard** (1592-1635), profesor języków biblijnych, matematyk, geodeta niemiecki. W roku 1623 ukończył on budowę maszyny, zwanej **zegarem liczącym**, w której wykorzystał udoskonalone pałeczki Napiera w postaci walców do automatyzacji mnożenia (patrz rys. 4). Maszyna ta miała pomóc Johannesowi Keplerowi w jego astronomicznych (dosłownie i w przenośni) rachunkach. Niestety, zbudowana z drewna, spłonęła w niewyjaśnionych okolicznościach.

Przez ponad trzysta lat za wynalazcę pierwszej maszyny do liczenia uchodził Pascal. O maszynie Schickarda, po latach zapomnienia, dowiedziano się bowiem dopiero pod koniec lat 50. XX wieku po odczytaniu jego listów do Keplera, znajdujących się w zbiorach carycy Katarzyny II, oraz po odnalezieniu w tym samym czasie w Niemczech szkiców przygotowanych przez Schickarda dla osoby, która miała wykonać jego maszynę. Na podstawie tych dokumentów zbudowano repliki maszyny Schickarda (patrz rys. 4).

Można mieć wątpliwości, czy kalkulator Schickarda byłby pomocny Keplero-  
rowi – służył mianowicie do obliczeń na liczbach co najwyżej sześciocyfrowych i automatyzował jedynie przenoszenie przy dodawaniu. Algorytm mnożenia dwóch liczb za pomocą tej maszyny jest przedstawiony w tabeli 4.

**Tabela 4.**  
**Algorytm mnożenie za pomocą maszyny Schickarda**

Oblicz: $25 \times 237 = 5925$	
Stan początkowy (zerowy) maszyny: <ul style="list-style-type: none"> <li>• pokręta u góry i u dołu oraz wszystkie tarcze mechanizmu zegarowego są ustawione na 0;</li> <li>• deszczułki poziome oznaczone cyframi są dosunięte do prawej i zasłaniają wszystkie okienka z liczbami.</li> </ul> Wynik mnożenia jest obliczany za pomocą mechanizmu zegarowego.	Ustawienie maszyny do wykonania przykładowego mnożenia, patrz rys. 4.
1. Pokrętłami u góry ustaw jedną z liczb (od prawej strony).	
2. Przesuń w lewo te poziome deszczułki, które są oznaczone cyframi, występującymi w drugiej liczbie.	
3. Pokrętłami u dołu ustaw drugą z liczb (od prawej strony).	
4. Stosując mechanizm zegarowy, dodawaj cyfry z odsłoniętych okienek rzędami, które odpowiadają kolejnym cyfrom drugiej liczby. Cyfry odsłonięte w okienkach jednego rzędu, skumulowane na ukos, dodawaj mechanizmem zegarowym od miejsca wskazanego przez cyfrę drugiej liczby.	$  \begin{array}{r}  175 \\  075 \\  050 \\  \hline  \text{Razem: } 5925  \end{array}  $



Rysunek 4. Maszyna Schickarda (replika), szkic maszyny z rękopisów Schickarda

### Pascalina

**Blaise Pascal** (1623-1662), matematyk, fizyk i filozof francuski, mając 18 lat zainteresował się zbudowaniem maszyny liczącej, służącej głównie do dodawania, z myślą o dopomożeniu swojemu ojcu, który był poborcą podatkowym. Pierwszy egzemplarz takiej maszyny ukończył w roku 1645 i przez następne 10 lat wyprodukowano około 50 egzemplarzy **Pascaliny** – maszyny według pomysłu Pascala. Kilka egzemplarzy istnieje w muzeach do dzisiaj (patrz rys. 5); część z nich była przeznaczona do obliczeń w różnych systemach monetarnych, a część – dla różnych miar odległości i powierzchni (z przeznaczeniem dla geodetów). Można więc uznać, że ten pierwszy sumator został zaprojektowany z myślą o zastosowaniach praktycznych. Pascalina swoją budową przypomina licznik, w którym można zwiększać każdą pozycję obracając odpowiednie koło, koła zawierają zęby i są sprzężone ze sobą tak, że jest możliwe przenoszenie cyfr. Taki **mechanizm** można nazwać **licznikowym**. W niektórych tego typu kalkulatorach można kręcić koła również w drugą stronę, co umożliwia wykonywanie odejmowania.

Niektóre późniejsze kalkulatory budowane na idei Pascaliny, jak Addometer (patrz rys. 5), zawierały także mechanizm zerowania (wyciągana dźwignia z prawej strony). Wykonanie dodawania za pomocą takiego kalkulatora polega na wprowadzeniu kolejnych od prawej cyfr dodawanej liczby, wybierając większe cyfry na okręgu i kręcąc za pomocą odpowiedniego sztyftu (znajduje się pod dźwignią do zerowania), długopisem lub ołówkiem zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Addometer umożliwia również odejmowanie – należy cyfry odejmowanej liczby wybierać spośród małych cyfr na okręgu i kręcić przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.



Rysunek 5. Pascalina ze zbiorów muzeum Salonu Aparatów Matematycznych i Astronomicznych (Zwinger) w Dreźnie; Addometer, późniejszy kalkulator zbudowany na idei Pascaliny – widok zewnętrzny i widok mechanizmu; Kalkulator See z widocznym mechanizmem dodawania i przenoszenia

### 3.2. Sumatory proste

Sumatory proste, z różnymi mechanizmami wykonywania dodawania i odejmowania oraz przenoszenia wyników, były produkowane niemal do ostatnich dni przed pojawieniem się kalkulatorów elektronicznych. Były wśród nich wersje kieszonkowe, podręczne i biurowe, z dodatkową opcją wykonywania odejmowania, z pamięcią (!), z możliwością drukowania itd. Wyprodukowano miliony takich kalkulatorów. Na rysunkach 6-10 ilustrujemy kilka typowych mechanizmów

Na rysunku 6 pokazano kalkulatory będące typowymi sumatorami, działające na zasadzie mechanizmu licznikowego.



Rysunek 6. Kalkulatory: Webb, Stephenson, BriCal

Rysunek 7 przedstawia kalkulatory, w których koła z cyframi są obracane w wyniku przesuwania odpowiednich sztabek. Te sumatory mogą działać w dwóch trybach: z zatrzymaną ostatnio dodaną liczbą i bez jej zatrzymania. Pokazany na rysunku Rapid computer, to według autora pierwsze urządzenie, które ma w nazwie słowo computer<sup>2</sup>, jest to jednak nazwa firmy. Te kalkulatory umożliwiały również wykonywanie odejmowania, według algorytmu opisanego w tabeli 3. Jedną z najpopularniejszych marek kalkulatorów kieszonkowych był **Addiator**. W wielu krajach produkowano kalkulatory zbudowane na podobnej zasadzie, również w Polsce (**kalkulator Kopernik**). Te proste w budowie kalkulatory służą do dodawania i odejmowania liczb. Daną liczbę dodajemy przesuwając kolejne od prawej kolumny o tyle oczek, ile wynosi kolejna cyfra w dodawanej liczbie. Jeśli dodawana cyfra nie powoduje przeniesienia, to kolumnę przesuwamy do dołu, a jeśli spowoduje przeniesienie (w takim przypadku dodawana cyfra znajduje się na czerwonym polu), to kolumnę przesuwamy do góry z lekkim nawrotem po dojechaniu do górnej krawędzi kolumny. Odejmowanie wykonuje się podobnie, albo posługując się tymi samymi kolumnami, ale cyframi zapisanymi na ogół w innym kolorze i po drugiej stronie kolumny, albo korzystając z dodatkowego zestawu kolumn poniżej tych, które służą do dodawania.

<sup>2</sup> Według słownika języka angielskiego (*Webster's New World Dictionary*, Simon and Schuster, 1969): **computer** – 1. a person who computes 2. a devices used for computing.





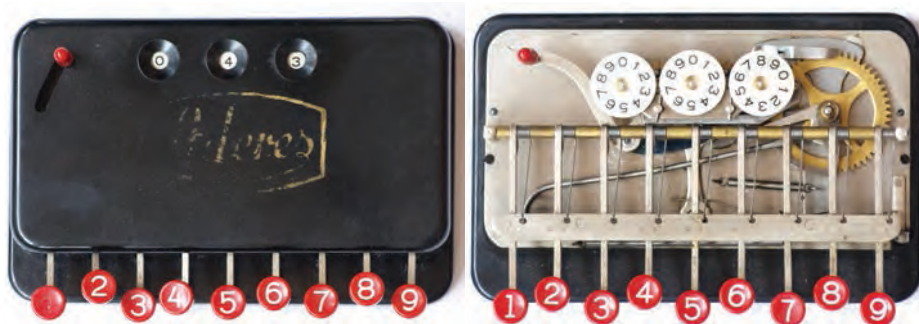
Rysunek 7. Kalkulatory: Rapid computer, Seidel&Neumann z drukarką



Rysunek 8. Addiatory: w systemie dziesiętnym, dla starej waluty brytyjskiej, na rynek arabski

Tego typu kalkulatory były produkowane dla różnych walut (np. brytyjskiej, patrz rys. 8), dla różnych systemów pozycyjnych (np. dla szesnastkowego), jak również w innych językach (np. w arabskim) i do obliczeń na różnych wielkościach (np. na czasie).

Na rysunku 9 przedstawiono jeszcze kilka innych sumatorów, działających na innych zasadach.



Rysunek 9. Jeszcze inny sumator – Adares

Rysunek 10 przedstawia kilka kalkulatorów zaprojektowanych specjalnie do użytku w szkołach.



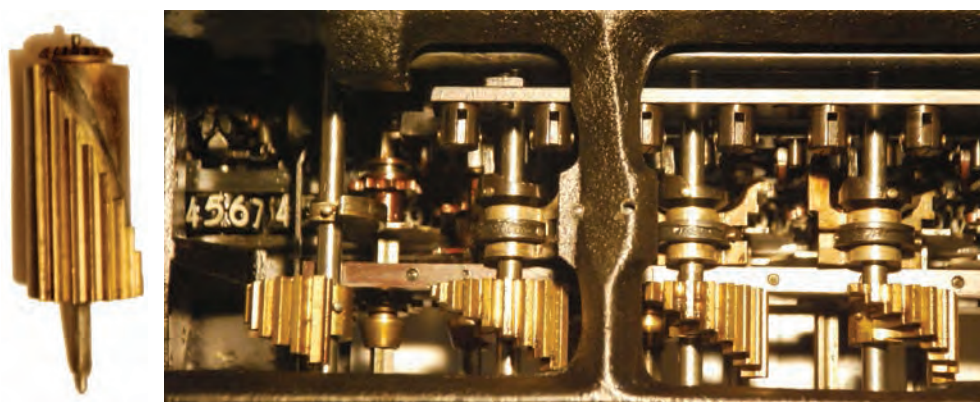
Rysunek 10. Szkolne kalkulatory: piórnik z sorobanem (Japonia), piórnik do przechowywania ołówków (USA), sumator

### 3.3. Maszyny wykorzystujące bęben schodkowy Leibniza

**Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646-1716) był prawnikiem z wykształcenia, filozofem, matematykiem i niemieckim mężem stanu. Rozległością swoich zainteresowań jest przyrównywany do Leonarda da Vinci. Głównym osiągnięciem matematycznym Leibniza było stworzenie rachunku różniczkowego i całkowego, niezależnie od Isaaca Newtona. Wśród największych zasług Leibniza w informatyce uznaje się opisanie binarnego systemu obliczeń oraz **bęben schodkowy** (ang. *stepped drum*), patrz rys. 11, który zastosował w swojej maszynie, ukończonej w roku 1694 po ponad 20 latach wysiłków. Była to pierwsza w pełni mechaniczna maszyna do mnożenia. Choć w tym czasie istniała już Pascalina i Leibniz miał możliwość zapoznania się z nią w Paryżu, projekt swojej **żywej ławy do liczenia** opisał przed pierwszą wizytą w Paryżu. Konceptyjnie, maszyny Pascala i Leibniza mają niewiele wspólnego pod względem zastosowanych mechanizmów.

Przez blisko 300 następnych lat wynalazek Leibniza był jednym z podstawowych rozwiązań konstrukcyjnych w maszynach i kalkulatorach mechanicznych.

Prawdziwą erę kalkulatorów rozpoczął francuski wynalazca i producent **Charles Xavier Thomas de Colmar** (1785-1870). W roku 1820 opatentował on pierwszą wersję swojego kalkulatora, który nazwał **Arithmometre** – stąd pochodzi później używana nazwa **arytmometr**. Zastosował w nim bęben schodkowy Leibniza udoskonalony wcześniej przez Ottona Hahna. Dzięki perfekcyjnemu wykonaniu i niezawodności konstrukcji, co było możliwe dopiero w erze rewolucji przemysłowej w pierwszej połowie XIX wieku, a także zastosowaniom, które użytkownikom przynosiły wymierne korzyści ekonomiczne, arytmometr Thomasa odniósł także sukces rynkowy – szacuje się, że wyprodukowano ich ponad 5000. Arytmometry te znalazły zastosowanie w handlu, pracy biurowej, a także w nauce.



Rysunek 11. Bęben schodkowy Leibniza (element wyjęty z Arithmometre) i jego wykorzystanie w maszynie Rheinmetall na każdej pozycji liczb

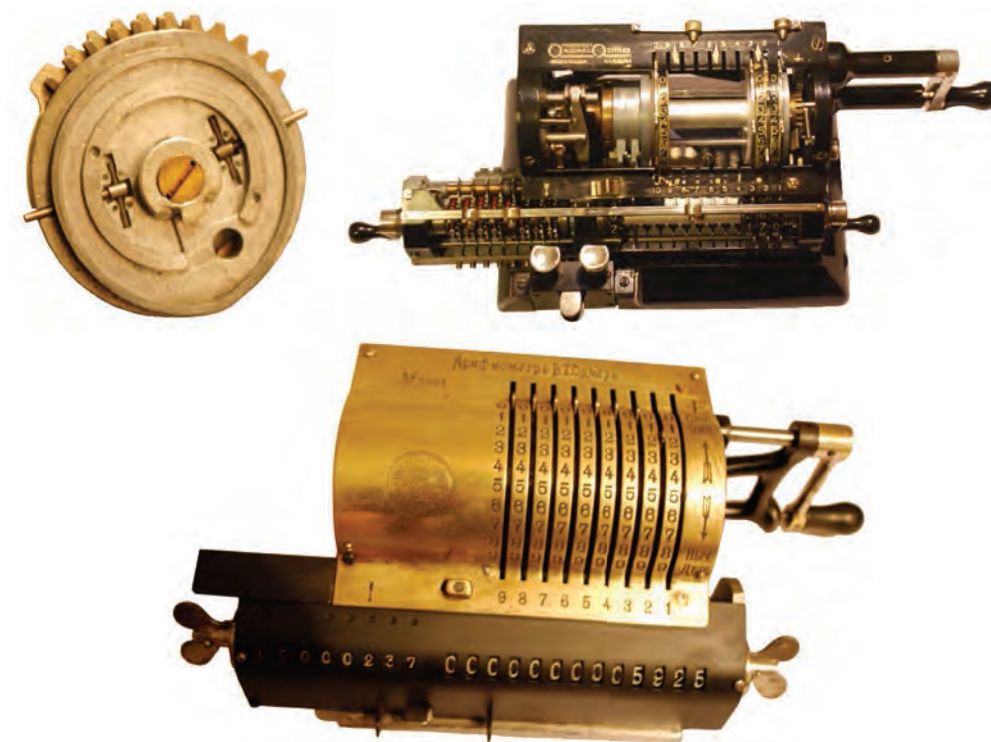
Po wielu latach, w czasie II wojny światowej, powstała jeszcze jedna konstrukcja kalkulatora, w której wykorzystano bęben schodkowy Leibniza. Choć wydawało się, że to rozwiązanie znacznie powiększa wielkość i wagę maszyny (patrz maszyna Rheinmetall na rys. 11), powstał kalkulator kieszonkowy! Skonstruował go w roku 1943 **Curt Herzstark** (1902-1988) będąc więźniem obozu koncentracyjnego w Buchenwaldzie. Szacuje się, że do pojawienia się kalkulatorów elektronicznych w roku 1972 wyprodukowano blisko 150 000 sztuk tego kalkulatora w dwóch modelach, noszących nazwę **Curta**, patrz rys. 12 i na końcu rozdziału – autor z tym kalkulatorem. Genialnym pomysłem było użycie w tych kalkulatorach jednego bębna Leibniza dla wszystkich pozycji w liczbach, zarówno do dodawania, jak i do odejmowania. Kalkulator ten uchodzi za szczytowe osiągnięcie w dziedzinie mechanicznych urządzeń do obliczeń.

Działania za pomocą kalkulatora Curta wykonuje się bardzo podobnie, jak za pomocą „kręciołków”, o których jest mowa w następnym punkcie. Na przykład, aby obliczyć iloczyn dwóch liczb  $a \times b$ , jedną z nich, np.  $a$ , należy ustawić suwakami na boku kalkulatora i następnie wykonywać skomasowane dodawania (algorytm z tabeli 2) kręcąc korbką tyle razy, ile wynosi wartość cyfry w drugiej liczbie, poczynając od najmniej znaczącej cyfry. Przed wykonaniem działań dla kolejnych cyfr drugiej liczby, należy obrócić o jedną pozycję górną część kalkulatora, wcześniej ją podnosząc. Odejmowanie wykonuje się podobnie, wcześniej podnosząc korbkę. Do zerowania służy pierścień w górnej części kalkulatora, którym, po podniesieniu górnej części kalkulatora, należy wykonać pełny obrót.



Rysunek 12. Kalkulator Curta model II

### 3.4. Maszyny wykorzystujące koła z ruchomymi zębami Odhnera – „kręciołki”



Rysunek 13. Koło z ruchomymi zębami. Demonstracyjny (pocięty) model kalkulatora Original Odhner. Kalkulator Odhnera wyprodukowany w St. Petersburgu (ustawienia po wykonaniu mnożenia 25 x 237)

Bębny schodkowe Leibniza zajmowały w kalkulatorach dość dużo miejsca (wyjątek stanowią kieszonkowe kalkulatory Curta), zwiększały także ciężar tych maszyn. Pod koniec XIX wieku pojawiła się całkiem nowa konstrukcja kalkulatorów, w których wykorzystano **koło zębate**, a dokładniej **koło z ruchomymi zębami** (ang. *pinwheel*), patrz rys. 13. Wynalzcami takich kalkulatorów byli **Frank S. Baldwin** w USA i Szwed **Willgodt T. Odhner** w Rosji. Baldwin opatentował swój wynalazek w roku 1872, a pierwszy model kalkulatora według tego patentu pojawił się na rynku w 1875 roku. Z kolei Odhner zbudował pierwszy model swojego kalkulatora w roku 1874, a produkcję kalkulatorów rozpoczął w 1886 roku. Kalkulatory Baldwina nie były zbyt popularne, natomiast kalkulatory Odhnera cieszyły się dużą popularnością aż do lat 70. XX wieku. Jeszcze w XIX wieku Odhner sprzedał prawa do swojej konstrukcji w Niemczech i tak w roku 1892 w Braunschweigu rozpoczęła się produkcja najpopularniejszych kalkulatorów Odhnera pod nazwą **Brunsviga**. Kalkulatory produkowane przez

Odhnera i jego następców, jeszcze w St. Petersburgu, a później w Szwecji, nosiły nazwę **Original Odhner**. Warto wspomnieć, że kalkulatorami Odhnera zainteresował się Feliks Dzierżyński, szef KGB w czasach po rewolucji październikowej w Rosji. Z jego inicjatywy rozpoczęto produkcję kalkulatorów Odhnera w fabryce jego imienia, które nosiły nazwę **Feliks Dzierżyński Arytmometr**, później uproszczoną do **Felix**.

Kalkulatory Odhnera, popularnie zwane w Polsce „kręciołkami”, produkowano także w Polsce na licencji szwedzkiej firmy Facit. Dostępne były u nas również radzieckie kalkulatory Felix.

Mnożenie za pomocą kalkulatora Odhnera wykonuje się zgodnie z algorytmem skomasowanego dodawania, przedstawionym w tabeli 2. Przejście do kolejnych pozycji mnożnika następuje przez przesunięcie karetki z wynikiem. Kalkulatory Odhnera, podobnie jak kalkulatory Curta, zawierają licznik obrotów na poszczególnych pozycjach, a więc wartość drugiej liczby iloczynu.

### 3.5. Maszyny biurowe – kalkulatory klawiaturowe

Rozwój przemysłu w erze industrialnej w XIX wieku spowodował duże zapotrzebowanie na maszyny liczące, przeznaczone do wykonywania rachunków finansowych i obliczeń inżynierskich. W biurach znalazły zastosowanie arytmometry Thomasa i kalkulatory Odhnera. Produkowano również kalkulatory, które ułatwiały szybkie wykonywanie dużych obliczeń. Jedną z grup takich maszyn stanowiły **kalkulatory klawiaturowe**, w których do ustawiania liczb służyły klawisze.

Od pierwszych kalkulatorów Schickarda, Pascala i Leibniza, przez następne konstrukcje Thomasa, Baldwina i Odhnera, ‘wprowadzanie danych’ i dokonywanie innych ustawień polegało na posługiwaniu się m.in. pokrętkami i suwakami, czasem z pomocą dodatkowego sztyftu. Dopiero pod koniec XIX wieku pojawiły się kalkulatory, w których ustawienia danych dokonywało się znacznie szybciej za pomocą klawiszy. Pierwszym kalkulatorem klawiszowym był **Comptometr** z roku 1885 (patrz rys. 14), opatentowany w 1887 roku, którego konstruktorem był **Dorr Eugene Felt** (1862-1930). W tym kalkulatorze Felt zastosował tzw. **pełną klawiaturę**, wynalezioną przez Thomasa Hilla w roku 1857, która składa się z 9 rzędów klawiszy, po jednym dla każdej cyfry na każdej pozycji (nie było klawisza, odpowiadającego cyfrze 0, zero było reprezentowane przez brak wyboru klawisza). Taka klawiatura ułatwiała wprowadzanie i dodawanie całych liczb w jednym ruchu obu rąk. Pełny układ klawiszy na kalkulatorze był bardzo popularny aż do połowy XX wieku.

Jeden z najpopularniejszych sumatorów z pełną klawiaturą (patrz rys. 14) skonstruował **William S. Burroughs** w roku 1884 i w pełni funkcjonalny model opatentował w 1892 roku. Założył on American Arithmometr Company, która

w roku 1905 zmieniła nazwę na Burroughs Adding Machine Company i szybko stała się największą firmą w świecie produkującą drukujące sumatory (w pierwszych 20 latach XX wieku sprzedano ponad milion sumatorów). Po II wojnie światowej firma rozszerzyła swoje działania na komputery, w roku 1953 zmieniła nazwę na Burroughs Corporation, a w roku 1986 połączyła się ze Sperry Corporation, tworząc Unisys Corporation.

W pierwszych pełnoklawiaturowych maszynach biurowych zastosowano mechanizmy, które na każdej pozycji powodowały obrót licznika o liczbę pozycji równą cyfrze na naciśniętym klawiszu i ewentualnie powodowały przeniesienie, jeśli wynik dodawania był większy od 9. Na klawiszach były umieszczone po dwie cyfry, wykorzystywane przy dodawaniu i przy odejmowaniu (patrz opis algorytmu w tabeli 3), zatem te kalkulatory umożliwiały szybkie odejmowanie za pomocą dodawania. Osobny zestaw cyfr na każdej pozycji umożliwiał wprowadzenie całej liczby w jednym naciśnięciu wszystkich klawiszy z cyframi liczby. Co więcej, jeśli ta sama liczba, miała być dodana wielokrotnie podczas wykonywania mnożenia, to wystarczyło utrzymać niezmienny układ palców i naciskać klawisze wielokrotnie, również po przesunięciu się nad kolejne pozycje. To znacznie przyspieszało obliczenia.



Rysunek 14. Wczesne kalkulatory pełnoklawiaturowe: Comptometer i Burroughs model 5 (z odsłoniętym mechanizmem)

W maszynach biurowych stosowano także inne mechanizmy, na przykład bębny Leibniza czy mechanizm proporcjonalny (np. w maszynie Euklides), z czasem zredukowano także liczbę klawiszy do dziesięciu, patrz rys. 15.



Rysunek 15. Późniejsze kalkulatory biurowe: Remington i Burroughs

#### 4. Suwaki logarytmiczne

**John Napier** jest uznawany również za wynalazcę **logarytmów** (logarytm, od gr. słów *logos* i *arithmos*), dzięki którym mnożenie i dzielenie można zastąpić dodawaniem i odejmowaniem. Do tego przydatne są tablice zawierające logarytmy z liczb. Napier opublikował pierwsze **tablice logarytmiczne** w 1614 roku. Swój początkowy pomysł udoskonalił później wspólnie z matematykiem Henrym Briggsiem, który główne dzieło na temat logarytmów wydał już po śmierci Napiera. Logarytmami Napiera zainteresował się astronom Johannes Kepler, pracujący nad tablicami astronomicznymi (opublikował je jako *Rudolphine Tables* w roku 1628). Niezależnie od Napiera, ale w nieco inny sposób, logarytmy wprowadził również szwajcarski konstruktor zegarów i aparatów matematycznych Jost Bürgi, którego pomysł spisał Kepler w 1620 roku. Kepler podał również ściśle uzasadnienie poprawności zasad logarytmowania. Jak napisał francuski matematyk Pierre S. de Laplace (1749-1827):

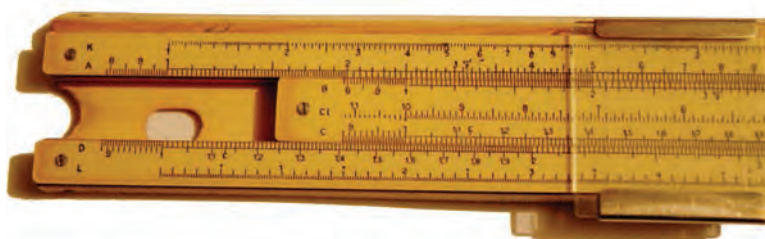
*wynalazek logarytmów podwoił długość życia astronomów.*

Krótko po wynalezieniu logarytmów, w roku 1624 matematyk angielski **Edmund Gunter** (1581-1626) opisał **linijkę logarytmiczną**, czyli linijkę ze skalą



logarytmiczną. W roku 1632 inny matematyk angielski **William Oughtred** (1575-1660), skonstruował pierwszy **suwak logarytmiczny** w postaci walca, a dwa lata później wykorzystał dwie linijki Guntera do zbudowania suwaka logarytmicznego w postaci dwóch przesuwających się wzdłuż siebie linijek logarytmicznych, co umożliwiło wykonywanie mnożeń i dzielenia jako dodawań i odejmowań (patrz rys. 16).

Suwak logarytmiczny jest przykładem **analogowego** narzędzia matematycznego (obliczeniowego), w którym wielkości występujące w obliczeniach i wyniki obliczeń określa się na podstawie pomiarów innych wielkości – długości odpowiednich odcinków.



Rysunek 16. Dwie linijki logarytmiczne ustawione obok siebie, służą do obliczenia iloczynu, w tym przypadku na skali A można odczytać wartości iloczynów przy mnożeniu przez 2,5 (1 na skali B jest ustawione pod 2,5 na skali A)

Suwaków logarytmicznych używali najwięksi naukowcy, począwszy od Keplera, przez Newtona kończąc na Einsteinie. W latach 50. i 60. XX wieku umiejętności wykonywania obliczeń za pomocą suwaka były niezbędne do ukończenia studiów inżynierskich. Faktycznie suwakiem logarytmicznym można się posługiwać nie znając logarytmów, tak nie lubianych przez wielu uczniów! Na linijkach suwaka umieszczano wiele różnych skal, związanych z różnymi funkcjami i działaniami. Suwak Faber-Castell 2/83N zawiera 31 skal. Pomimo wielu wad – problem z ustaleniem miejsca dla przecinka w wyniku, braku możliwości dodawania i odejmowania oraz niewielkiej dokładności wyniku (do 3-4 cyfr znaczących) – posługiwano się nimi w obliczeniach towarzyszących największym przedsięwzięciom do końca lat 60. Suwak towarzyszył pierwszej wyprawie na Księżyc w roku 1969 – zauważmy, że wtedy nie było jeszcze kalkulatorów elektronicznych, nie mówiąc o komputerach osobistych. Z suwaków korzystano przy projektowaniu kalkulatorów, które stały za ich zagładą! Szacuje się, że wyprodukowano na świecie ponad 40 mln suwaków, w większości w postaci dwóch przesuwanych linijek logarytmicznych. Suwaki logarytmiczne mają także bardzo ciekawe realizacje w postaci kół, zegarków i walców (patrz rys. 17), które umożliwiają prowadzenie obliczeń z większą dokładnością dzięki dłuższej skali.



Rysunek 17. Przykłady suwaków logarytmicznych: liniowy, kołowy, w postaci zegarka (Fowlers), cylindryczny (Otis King – długość skali 1,5 m) i na walcu (Fuller – długość skali 12 m)

Logarytmy nie zniknęły wraz z suwakami – we współczesnej informatyce (m.in. w algorytmice i teorii informacji) logarytm jest jedną z najważniejszych funkcji, patrz p. 7.

Wyraźnie trzeba podkreślić, że oba wynalazki Napiera, pałeczki do mnożenia i logarytm, chociaż oba upraszczają obliczanie iloczynu, niewiele łączy w sensie matematycznym, oparte są bowiem na innych własnościach działań.

## 5. Utrwalanie wyników obliczeń i informacji

Chcemy przypomnieć tutaj również maszyny do pisania, które niemal zupełnie wyszły z użytku. Ten wynalazek odcisnął się zarówno na maszynach do wykonywania obliczeń, jak i na dzisiejszych komputerach. Ale wcześniej, kilka słów o utrwalaniu informacji.

### 5.1. Utrwalanie wiadomości i wyników obliczeń

Ocenia się, że około 5 tysięcy lat temu w dorzeczu Eufratu i Tygrysu pojawiło się **pismo**, czyli układ znaków, który umożliwia utrwalanie informacji. Na początku informacje utrwalano w kamieniu i na papirusie. Przed wynalezieniem druku, księgi zapisywano ręcznie i kopiowano w podobny sposób. Tak utrwaliли swoje dzieła Al-Khorezmi, Fibonacci i inni, a później kopiowali je ich następcy, zanim nie został wynaleziony druk.

Pierwsze próby druku miały miejsce w Chinach w IX wieku. W roku 1436 niemiecki złotnik **Johannes Gutenberg** (ok. 1397-1468) wynalazł **prasę drukarską** i w roku 1452 ukazała się drukiem pierwsza książka, **Biblia Gutenberga**. Wynalazek prasy drukarskiej zapoczątkował bujny rozwój drukarstwa, materiały drukowane stały się dostępne dla szerokich mas, rozwinęło się czytelnictwo wśród różnych grup społecznych. Edukacja zaś, dla której pismo nadal stanowi podstawowe medium wymiany informacji, stała się bardziej demokratyczna, dostępna dla każdego. Na przełomie XX i XXI wieku rozwój technologii przyczynił się do powstania elektronicznych form zapisu i rozpowszechniania informacji, ale niewiele osłabił pozycję książki jako formy utrwalania myśli ludzkiej.

Urządzeniami do zapisywania i drukowania byli również zainteresowani wynalazcy maszyn do obliczeń. Wiele modeli kalkulatorów i biurowych maszyn do obliczeń było wyposażanych w specjalne, dodatkowe urządzenia umożliwiające drukowanie kolejnych rezultatów i końcowych wyników obliczeń, patrz rys. 7 i 15.

Najbardziej popularnym nośnikiem danych dla komputerów i wyników obliczeń, nie tylko liczbowych, stały się, wynalezione przez Josepha Jacquarda na przełomie XVIII i XIX wieku i później udoskonalone, **karty perforowane (dziurkowane)**. Najpierw miały one służyć do zapisywania poleceń, czyli programu, dla maszyny analitycznej Babbage'a (1834), a pod koniec XIX wieku Hollerith wykorzystwał praktycznie karty perforowane do zapisywania danych pochodzących ze spisu powszechnego i automatycznego ich przetwarzania za pomocą maszyn tabulacyjnych. Pod koniec lat 20. XX wieku, utrwalił się standard karty perforowanej zaproponowany przez IBM. Stosowane również były taśmy perforowane.

Osobną nieco krótszą historię ma **taśma papierowa** jako nośnik danych i informacji. Zaczęło się od telegrafu Morse'a (patrz p. 6), w którym nadchodzące wiadomości były zapisywane na poruszanej mechanizmem zegarowym taśmie

papierowej za pomocą sterowanego elektromechanicznie ołówka, który pozostawiał na papierze krótsze lub dłuższe kreski, odpowiadające kropkom i kreskom w kodzie Morse'a. Pod koniec XIX wieku intensywnie rozwijano pomysł **drukującego telegrafu**, w którym przesyłane wiadomości miały być drukowane w czytelnej postaci tekstowej. Na początku XX wieku z powodzeniem rozpoczęła się ekspansja systemu **telex**, opartego na urządzeniach typu **teleprinter**, w których wiadomości były nadawane za pomocą klawiatury przypominającej maszynę do pisania, a odbierane były drukowane na papierze podawanym z rolki. Do transmisji wykorzystywano zarówno linie telegraficzne, jak i telefoniczne. Pod koniec XX wieku urządzenia te zostały wyparte przez podłączoną do komputera klawiaturę i ekran monitora, a wiadomości przyjęły postać listów elektronicznych i faxów.

Karty i taśmy perforowane jako nośniki danych i informacji (np. programów) dla komputerów zostały wyparte dopiero w połowie lat 70. przez coraz tańsze nośniki elektroniczne, różnego rodzaju **dyskietki**. Z czasem, konkurencją dla dyskietek zaczęły stanowić **płyty CD**, a następnie **płyty DVD**, a na początku XXI wieku bardzo popularnym i niezmiernie wygodnym nośnikiem informacji w postaci elektronicznej stał się **pen-drive**.

## 5.2. Maszyny do pisania a procesory tekstu

Upłynęło ponad 400 lat zanim wynalazek Gutenberga z roku 1440 został pod koniec XIX wieku przekuty w maszynę do pisania – osobiste urządzenie do drukowania. To 'opóźnienie' było spowodowane m.in. brakami odpowiedniej technologii i wysokimi kosztami produkcji maszyn. Dopiero era industrialna w XIX wieku stworzyła odpowiednie warunki do budowy pierwszych maszyn do pisania i ich rozpowszechnienia.

**Maszyna do pisania** należy do historii ludzkich dążeń do komunikowania się, a w historii komputerów może być uznana za prekursora **klawiatury** (patrz p. 7.3), która umożliwia użytkownikowi komunikację z komputerem. Z drugiej strony, wynalazek ten miał oszczędzać czas. Eliphalet Remington, jeden z pierwszych producentów maszyn do pisania, reklamował je tym, że:

*oszczędzając czas wydłużają życie.*

Pierwszy patent maszyny do pisania uzyskał Anglik **Henry Mill** jeszcze w roku 1714, ale pierwszą praktyczną maszynę do pisania opatentowali w roku 1867 trzej amerykańscy wynalazcy **Christopher L. Sholes**, **Carlos Glidden** i **Samuel W. Soule**, a jej produkcji podjął się w roku 1873 producent broni i maszyn do szycia, firma **E. Remington & Sons**. W roku 1874 Sholes wprowadził układ klawiszy na klawiaturze maszyny do pisania znany obecnie jako QWERTY, patrz p. 7.3.

Pojawienie się maszyn do pisania rozpoczęło głębokie zmiany w organizacji pracy biurowej. Przede wszystkim przyczyniło się do zwiększenia zatrudnienia kobiet, które częściej niż mężczyźni podejmowały pracę w charakterze maszynistki, gdyż mężczyznom nie odpowiadały niskie zarobki na tym stanowisku.

Popularność maszyn do pisania spadła niemal do zera wraz z rozwojem komputerów osobistych, które, wyposażone w edytor tekstu, zastąpiły te maszyny i niestety czasem nie spełniają żadnej innej roli. Niewątpliwą korzyścią płynącą z używania komputera jako ‘maszyny do pisania’ jest możliwość pracy nad tekstem – doskonalenie jego formy i treści poprzez wielokrotne modyfikacje, wspomagane edytorem tekstu. Ta cecha komputerowych maszyn do pisania przesądza o ich wyższości nad tradycyjnymi maszynami, chociaż żal jest, że z biur zniknęły tak piękne, a często majestatyczne maszyny, spotykane dzisiaj w biurach jedynie jako ozdoby.

## 6. Początki komunikacji

Przodkiem współczesnej komunikacji za pomocą **sieci komputerowych**, była wymiana informacji za pomocą telegrafu, telefonu i telexu, będących wynalazkami z połowy XIX wieku.

**Telegraf** (z greckiego oznacza *pisać na odległość*) można uznać za pierwsze w pełni elektroniczne medium do komunikacji na odległość. Pierwsze komercyjne systemy telegraficzne zostały opracowane w roku 1837, niezależnie w Anglii i w USA. W Anglii zrobili to znany fizyk **Charles Wheatstone** (1802-1875) i wynalazca **William F. Cooke** (1806-1879), a w USA – wynalazca i artysta **Samuel F.B. Morse** (1791-1872). Morse posłużył się jednym przewodem do przesyłania ‘kropek’ i ‘kresek’, za pomocą których były kodowane litery i cyfry zgodnie z **kodem Morse’a**, i w praktyce przyjął się jego system. Genialność tego kodu każe uznać Morse’a za ojca współczesnej kompresji, patrz p. 7.2.

W połowie XIX wieku zaczęto interesować się również przesyłaniem na odległość dźwięków i ludzkiego głosu. 14 lutego 1876 roku niemal w tej samej chwili (w przeciągu jednej godziny!) patent **elektrycznego telefonu** zgłosili dwaj Amerykanie **Alexander G. Bell** (1847-1922) i **Elisha Gray** (1835-1901). Sławny spór o pierwszeństwo wygrał jednak Bell. Impulsem do wynalezienia telefonu była chęć usprawnienia telegrafu tak, aby było możliwe wysyłanie jedną linią telegraficzną wielu wiadomości w tej samej chwili oraz przesyłanie dźwięków i głosu.

Sieć połączeń telefonicznych została również wykorzystana jako sieć elektroniczna dla takich usług, jak: przekazywanie wiadomości tekstowych za pomocą **dalekopisów** (system **telex**, w którym nadawcy i odbiorcy nie muszą kodować i dekodować wiadomości), przesyłanie obrazów za pomocą urządzeń typu **fax**, a pod koniec XX wieku stała się bazą dla komputerowych systemów sieciowych, takich jak **Internet**.

## 7. Co pozostało po erze urządzeń mechanicznych

Zatrzymujemy się tutaj nad wynalazkami, ideami i pomysłami, które pojawiły się w erze mechanicznych urządzeń do liczenia oraz komunikacji, a dzisiaj można je znaleźć we współczesnej informatyce, czasem w nieco przetworzonej postaci. Omawiamy kolejno: znaczenie logarytmu w algorytmice, kompresowanie informacji metodą podobną do użytej przez Morse'a przy tworzeniu jego alfabetu, oraz układ klawiszy na klawiaturze komputera i fonty w edytorach pochodzące od maszyn do pisania. Te idee i wynalazki nie tylko przetrwały wstrząs technologiczny ery cyfrowej, ale stanowią głęboko zakorzenione elementy współczesnej technologii i informatyki, bez których trudno wyobrazić sobie aktualny stan i dalszy rozwój tych dziedzin.

### 7.1. Logarytm

Logarytm nie odszedł do lamusa wraz ze zniknięciem suwaków logarytmicznych z biurków inżynierów i naukowców, ale na trwałe pozostał w rozważaniach dotyczących obliczeń. W przeszłości, uzasadnieniem dla posługiwania się logarytmem były własności, które legły u podstaw jego wprowadzenia do obliczeń. Ułatwia bowiem wykonywanie złożonych obliczeń dzięki zastąpieniu działań multiplikatywnych, takich jak mnożenie i dzielenie, przez dodawanie i odejmowanie. Nie tak dawno jeszcze w szkołach posługiwano się tablicami logarytmicznymi, a w uczelniach i w pracy przyszli i zawodowi inżynierowie korzystali z suwaków logarytmicznych.

Rok 1972 to początek agonii suwaków – zaczęły je wypierać kalkulatory elektroniczne stworzone za pomocą... suwaków. Ponad 40 milionów wcześniej wyprodukowanych suwaków stało się nagle bezużytecznych i obecnie stanowią głównie eksponaty kolekcjonerskie, jak te na rysunkach 16 i 17. Dzisiaj jednak nie można wyobrazić sobie zajmowania się informatyką, nawet na najniższym poziomie w szkole, bez przynajmniej „otarcia” się o logarytmy. Logarytm pojawia się, gdy chcemy uzyskać odpowiedź na następujące pytania:

- ile należy przejrzeć kartek w słowniku, aby znaleźć poszukiwane hasło?
- ile miejsca w komputerze, a dokładniej – ile bitów zajmuje w komputerze liczba naturalna?
- jak szybko można wykonywać potęgowanie dla dużych wartości wykładników potęg?
- ile trwa obliczanie największego wspólnego dzielnika dwóch liczb za pomocą algorytmu Euklidesa?
- a ogólniej – ile kroków wykonuje algorytm typu dziel i zwyciężaj, zastosowany do danych o  $n$  elementach?

Funkcja logarytm nie jest specjalnie lubiana przez uczniów, można ją jednak wprowadzić bardzo intuicyjnie posługując się znaną grą w zgadywanie liczby. Przypuśćmy, że mamy odgadnąć nieznaną liczbę, wybraną spośród 1000 liczb naturalnych z przedziału  $[1, 1000]$ : odgadujący podaje swój typ, a ukrywający liczbę – odpowiada, czy podana liczba jest dobra, za duża lub za mała od ukrytej przez niego. Interesujące jest pytanie, ile razy trzeba zapytać, by znaleźć ukrytą liczbę? Okazuje się, że najlepszą strategią jest metoda **dziel i zwyciężaj**, polegająca na podawaniu na każdym kroku liczby leżącej w połowie przedziału pozostałego do przeszukania. Przy takiej strategii, w naszym przykładzie kolejne przedziały zawierają następujące ilości liczb: 1000, 500, 250, 125, 63, 32, 16, 8, 4, 2, 1, a więc odgadujący liczbę podaje swoje typy tyle razy, ile razy trzeba podzielić przez 2 liczbę 1000 i kolejne ilorazy z jej dzielenia, by otrzymać przedział o długości 1, czyli szukaną liczbę. Ta ilość pytań jest równa akurat około  $\log_2 1000$ .

O znaczeniu i „potędze” logarytmów i funkcji logarytmicznej w informatyce, a ogólniej – w obliczeniach, decyduje szybkość wzrostu jej wartości, **nieporównywalnie mała** względem szybkości wzrostu jej argumentu, co ilustrujemy w tabeli 5. Zauważmy, że dla liczb, które mają około stu cyfr, wartość logarytmu wynosi **tylko** ok. 333.

Tabela 5.

Wartości funkcji logarytm dla przykładowych argumentów

$n$	$\log_2 n$
128	7
1 024	10
1 048 576	20
$10^{10}$	ok. 34
$10^{50}$	ok. 167
$10^{100}$	ok. 333
$10^{500}$	ok. 1670

Chociaż powszechnie uważa się Napiersa za odkrywcę logarytmu, to jednak ideę prowadzącą do logarytmu można odnaleźć analizując algorytm Euklidesa, odkryty prawie 2500 lat temu. Przypomnijmy, **algorytm Euklidesa** służy do znajdowania największego wspólnego dzielnika (w skrócie NWD) dwóch liczb. Przypuśćmy, że chcemy obliczyć, ile wynosi  $NWD(n, m)$  dla dwóch liczb naturalnych  $n$  i  $m$ , gdzie możemy przyjąć, że  $n > m$ . Skorzystajmy z oczywistej równości. Jeśli  $n$  dzielimy w sposób całkowity przez  $m$ , to otrzymujemy całkowity **iloraz**  $q$  oraz **resztę**  $r$ , która jest mniejsza od dzielnej, czyli od  $m$ . A zatem zachodzi równość:

$$n = qm + r, \quad \text{gdzie } 0 \leq r < m$$

Z tej równości wynika, że jeśli jakaś liczba dzieli  $n$  i  $m$ , to dzieli również  $m$  i  $r$ . Także na odwrót, liczba, która dzieli  $m$  i  $r$  dzieli także  $n$  i  $m$ . Stąd otrzymujemy zależność rekurencyjną:

$$\text{NWD}(n, m) = \text{NWD}(m, r).$$

Zatem, NWD dzielnej i dzielnika jest równy NWD dzielnika i reszty. Tę zależność można kontynuować, aż dojdziemy do reszty  $r$  równej 0, a wtedy  $\text{NWD}(m, 0) = m$ , bo 0 jest podzielne przez każdą liczbę.

Wykonajmy proste obliczenia, np. dla  $\text{NWD}(70, 25)$  otrzymujemy:

$$\text{NWD}(70, 25) = \text{NWD}(25, 20) = \text{NWD}(20, 5) = \text{NWD}(5, 0) = 5,$$

gdyż obliczenia mają postać:

$$\begin{array}{r} 70 = 2 \cdot 25 + 20 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 25 = 1 \cdot 20 + 5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 20 = 4 \cdot 5 \end{array}$$

W tym przykładzie pojawia się ciąg liczb:  $n = 70, m = 25, r = 20, 5$ . Dla  $n = 34$  i  $m = 21$  ten ciąg ma postać: 34, 21, 13, 8, 5, 3, 2, 1, czyli  $\text{NWD}(34, 21) = 1$ , a więc te liczby są względnie pierwsze. Na tych ciągach trudno jest zauważyć pewną regularność, wyjaśnimy ją więc, pomagając sobie rysunkami. Chcemy pokazać, że

**reszta  $r$  z dzielenia  $n$  przez  $m$  nie jest większa od połowy liczby  $n$ ,**

czyli każda liczba w tym ciągu nie jest większa, niż połowa liczby stojącej o dwie pozycje wcześniej. W naszym przykładach tak jest rzeczywiście, np.  $13 < 34/2 = 17, 8 < 21/2, 5 < 13/2, 3 < 8/2, 2 < 5/2, 1 < 3/2$ .

A ogólnie rozważmy dwa przypadki, gdy  $m$  jest mniejsze od połowy  $n$  i większe od połowy  $n$ .

Przypadek I.  $m \leq n/2$ .

$n$ : \_\_\_\_\_

$m$ : \_\_\_\_\_



Jeśli teraz  $n$  dzielimy przez  $m$ , to może pozostać reszta  $r$ , ale nie jest ona większa niż  $m$ , a ponieważ założyliśmy, że  $m \leq n/2$ , więc mamy również  $r \leq n/2$ .

Przypadek II.  $m > n/2$ .

$n$ : \_\_\_\_\_

$m$ : \_\_\_\_\_

Jeśli teraz  $n$  dzielimy przez  $m$ , to w tym przypadku reszta  $r$  jest równa  $n - m$ , a ponieważ  $m > n/2$ , więc pozostanie mniej niż  $n/2$ , czyli mamy również  $r \leq n/2$ .

Ta ilustracja potwierdza, że każda liczba w ciągu generowanym w algorytmie Euklidesa jest przynajmniej dwa razy mniejsza, niż liczba w tym ciągu stojąca o dwie pozycje wcześniej. Przypomina to naszą intuicyjną definicję logarytmu z tą różnicą, że tam każda liczba była połową poprzedniej, a tutaj jest nie większa niż połowa drugiej poprzedniej. To jednak ma tylko taki wpływ, że musimy wykonać co najwyżej dwa razy więcej kroków, by osiągnąć koniec ciągu. Stąd mamy wniosek:

**W algorytmie Euklidesa dla obliczenia  $\text{NWD}(n, m)$ , gdzie  $n > m$ , jest wykonywanych nie więcej niż  $2\log_2 n$  iteracji (czyli dzielen).**

Nasuwa się tutaj dygresja, że Euklides był bardzo blisko wynalezienia logarytmu, co zrobiono dopiero prawie dwa tysiąclecia po nim!

Obecnie logarytm jest funkcją powszechnie występującą zwłaszcza w wyrażeniach na złożoność obliczeniową algorytmów, np. w przypadku algorytmów konstruowanych na zasadzie dziel i zwyciężaj, w szczególności w algorytmach połowienia przedziału lub zbioru. Można powiedzieć, że logarytm nie utraci nic ze swojej roli w informatyce dopóki komputery będą się rządziły arytmetyką binarną.

## 7.2. Kompresja informacji

Zasoby informacji rosną w zawrotnym tempie, równie szybko rosną objętości pojedynczych plików, zwłaszcza przechowujących informacje multimedialne. W tych informacjach jest jednak wiele wolnego (pustego) miejsca, dzięki czemu jest możliwa ich **kompresja** często do ułamka pierwotnej wielkości. Ma to olbrzymie znaczenie w komunikacji. Ale ten problem pojawił się znacznie wcześniej przed erą komunikacji internetowej – człowiek od zawsze starał się komunikować możliwie efektywnie i tworzył w tym celu odpowiednie kody.

Historia kompresji sięga wielu lat przed erą komputerów. Ideę oszczędnego reprezentowania informacji odnajdujemy w połowie XIX wieku, gdy Samuel Morse wynalazł telegraf (patrz p. 6), wtedy mechaniczne urządzenie do przesyłania wiadomości i posłużył się przy tym specjalnym alfabetem, znanym jako **alfabet Morse’a**, który umożliwia kodowanie znaków w tekście za pomocą dwóch symboli – kropki i kreski. W tym alfabecie kodem litery E jest kropka, a kodem litery T jest kreska, gdyż są to dwie najczęściej występujące litery w tekstach w języku angielskim i ogólnie, i inne litery mają tym krótsze kody

im częściej występują one w tekstach. Ponieważ w telegrafii wysyłanie tekstu polega na przekazaniu kluczem kodów kolejnych znaków z tekstu, alfabet Morse'a znacznie zmniejszał liczbę znaków (kropki i kreski) potrzebnych do wysłania wiadomości.

Wadą alfabetu Morse'a jest to, że kody niektórych liter są częścią kodów innych liter, np. każdy kod zaczynający się od kropki zawiera na początku kod litery E. To powoduje, że w tekstach w kodzie Morse'a potrzebny jest dodatkowy znak oddzielający kody kolejnych liter. Tej wady nie ma **kod Huffmana**, zaproponowany w roku 1952 przez **Davida Huffmana** w jego pracy magisterskiej. W tym kodzie również często występujące znaki mają krótkie kody, ale żaden kod nie jest początkiem innego kodu. Kodowanie w tym kodzie nie wymaga więc dodatkowego znaku oddzielającego litery. Na przykład słowo abrakadabra ma w kodzie Huffmana postać: 00101011001011001000010101100, czyli zamiast 88 bitów w kodzie ASCII wystarczy 29 bitów w kodzie Huffmana.

Algorytm Huffmana jest obecnie wykorzystywany w wielu profesjonalnych metodach kompresji tekstu, obrazów i dźwięków, również w połączeniu z innymi metodami, wypada więc uznać Morse'a za ojca współczesnej kompresji informacji.

### 7.3. Komputer następcą maszyny do pisania

Na koniec tego punktu coś z całkiem innej półki, na której zamiast kalkulatorów stoją maszyny do pisania. Czy ktoś może sobie wyobrazić, że w pewnym momencie zostałyby zmieniony układ klawiszy na klawiaturze komputera albo że zaczęły one być rozmieszczane w inny sposób? To może być bardzo trudne do zaakceptowania – nasze palce tak przyzwyczyły się do obecnego układu klawiszy, że nawet zamiana miejscami dwóch znaków na klawiaturze, jak jest w klawiaturach niemieckich (zamiana miejscami liter z i y), powoduje, że te dwie litery są zamieniane w tekście, nawet przy bacznej uwadze piszącego – „pamięć w palcach” dominuje nad zwiłokrotnioną uwagą piszącego. Nawet twórcy smartfonów i tabletów nie odważyli się zmienić tego układu przycisków klawiszy klawiatury na ekranach dotykowych.

Układ klawiszy na klawiaturze komputera pochodzi od maszyn do pisania i jest popularnie zwany **QWERTY** – od pięciu kolejnych liter w drugim od góry rzędzie (w trzecim rzędzie w przypadku klawiatury komputera). W tym układzie oddalone są od siebie pary liter (a dokładniej ich czcionek), które często występują obok siebie w słowach języka angielskiego. Układ klawiszy w maszynie do pisania miał zapobiec blokowaniu się czcionek tych liter przy uderzaniu o papier podczas szybkiego pisania wieloma palcami. Podobno jednak w układzie klawiatury QWERTY zrealizowano dodatkowy wymóg, by wszystkie litery dość długiego słowa, jakim jest w języku angielskim TYPEWRITER, znalazły się w jednym rzędzie. Miało to zmniejszyć liczbę ewentualnych pomyłek, jakie

mogli popełnić sprzedający maszyny do pisania, demonstrując swoje produkty zainteresowanym. Produkowano jednak także maszyny, w których klawisze z najczęściej występującymi literami w tekstach były najłatwiej dostępne i znajdowały się blisko klawisza odstępu (patrz rys. 18).

Problem blokowania się czcionek został już we wczesnych maszynach do pisania rozwiązany w jeszcze inny sposób – czcionki wszystkich liter umieszczono na główicy, co zapobiegało wybraniu dwóch liter jednocześnie. Ponieważ główlice były wymienne, można było umieszczać na nich czcionki różnych krojów. Tak ponad 100 lat temu pojawiły się **fonty**, których dziesiątki mamy dzisiaj do dyspozycji w edytorach tekstu. Jedną z pierwszych maszyn z wymiennymi fontami była **Blickensderfer**, patrz rys. 18, a elektryczne maszyny do pisania z wymiennymi główicami (np. **IBM Selectric**) zostały wyparte dopiero przez komputerowe edytory tekstu.

Faktycznie więc klawiatura komputera to kopia klawiatury maszyny do pisania, a fonty w elektronicznych edytorach to pomysł przeniesiony z „mechanicznych edytorów” z końca XIX wieku.



Rysunek 18. Maszyna do pisania Blickensderfer (USA, koniec XIX wieku), z wymiennymi główicami z czcionkami (w drewnianych pudełkach) oraz klawiaturą Morse’a

Przedstawiliśmy w tym punkcie tylko trzy spośród wielu przykładów idei, pomysłów i inwencji z okresu sprzed elektronicznych komputerów, które nie tylko przetrwały kolejne przełomy związane z rozwojem elektroniki, ale stanowią fundamenty współczesnej informatyki i dalej ugruntowują swoją pozycję

i znaczenie. W odniesieniu do logarytmu można sparafrazować słowa z arabskiego powiedzenia<sup>3</sup> mówiąc:

*Człowiek boi się czasu,  
Lecz czas lęka się logarytmu.*

## 8. Wkład Polaków

Historia polskiej informatyki rozpoczyna się na długo przed pojawieniem się pierwszych komputerów. Wspominamy tutaj o polskich konstrukcjach kalkulatorów z XIX wieku i dwóch osiągnięciach Polaków w XX wieku, które wywarły olbrzymi wpływ na rozwój współczesnej informatyki.

### Polskie kalkulatory mechaniczne

W XIX wieku na ziemiach polskich i pod zaborem rosyjskim powstało wiele urządzeń (maszyn) służących do obliczeń, które można zaliczyć do grupy kalkulatorów mechanicznych. Niestety niewiele z tych urządzeń się zachowało, na ogół nie towarzyszyły im zarejestrowane i upublicznione patenty, dzisiaj więc trudno je odtworzyć. Ponadto maszyny te powstały w pojedynczych egzemplarzach, jako prototypy, jednak nikt nie pokusił się o ich zwielokrotnienie. Dzisiaj historycy i pasjonaci starają się odtworzyć te urządzenia z dostępnych informacji. Wymieńmy konstruktorów tych maszyn, więcej szczegółów znajduje się w bogatym serwisie [12].

**Jewna Jakobson**, mechanik i zegarmistrz, żyjący w XVIII wieku w Nieświeżu (obecnie Białoruś), zbudował, jak się przypuszcza przed rokiem 1770, mechaniczną maszynę, wzorowaną na maszynie Schickarda, która służyła do wykonywania czterech podstawowych działań arytmetycznych. Jedyny egzemplarz tej maszyny znajduje się w Muzeum Nauki w Petersburgu.

**Abraham Izrael Stern** (1769-1842), zegarmistrz z Hrubieszowa, za namową Stanisława Staszica przeniósł się do Warszawy, gdzie zbudował wiele różnych urządzeń, m.in. maszynę do wykonywania czterech podstawowych operacji (1813), maszynę do wyciągania pierwiastków kwadratowych (1817) i wreszcie maszynę, w której połączył możliwości dwóch pierwszych maszyn. Poza opisem tych maszyn i jedną ilustracją z wystawy w Krakowie, nie odnaleziono żadnych śladów tych urządzeń.

**Chaim Zelig Słonimski** (1810-1905), matematyk samouk, znawca Talmudu, popularyzator nauki wśród Żydów w Europie Wschodniej, prywatnie – zięć Abrahama Sterna. Najpierw zbudował maszynę do dodawania i odejmowania, a później maszynę do mnożenia. Ta druga maszyna była realizacją jego twier-

<sup>3</sup> To powiedzenie arabskie brzmi: *Człowiek boi się czasu, lecz czas lęka się piramid.*

dzenia z teorii liczb – wykorzystał w niej tabele liczb, wynikające z tego twierdzenia. Maszyna nie zachowała się, ale ostatnio została zbudowana jej replika, patrz rys. 19. Słonimski uzyskał wiele zaszczytów za swoją maszynę do mnożenia.

**Izrael Abraham Staffel** (1814-1885), zegarmistrz, wynalazca wielu maszyn i instrumentów, w szczególności maszyn do liczenia, za które otrzymał wiele nagród. Zbudował maszynę służącą do wykonywania czterech działań arytmetycznych i wyciągania pierwiastka. W roku 1851 otrzymał za tę maszynę złoty medal na wystawie w Londynie, gdzie oceniono jego dzieło wyżej niż arytmometr Thomasa de Colmar. Maszynę Staffela można oglądać w Muzeum Techniki w Warszawie, patrz rys. 19.

**Bruno Abdank-Abakanowicz** (1852-1900), matematyk, wynalazca i elektrotechnik, w roku 1878 wynalazł **integraf**, rodzaj integratora, służący do obliczania wartości całek metodą graficzną.



Rysunek 19. Replika maszyny Jakobsona z kolekcji Włodka (Waltera) Szreka (USA), wykonana przez Valérego Monnier (Paryż) i maszyna Staffela (Muzeum Techniki, Warszawa)

### **Odwrotna notacja polska**

Najbardziej znanym osiągnięciem Polaka w informatyce jest **notacja polska**, zainicjowana przez logika **Jana Łukasiewicza** (1876-1956). W tej notacji każde wyrażenie może być jednoznacznie zapisane bez użycia nawiasów. Oparta została na niej **odwrotna notacja polska** (ONP; ang. *Reverse Polish Notation – RPN*), wprowadzona przez informatyka z Australii Charlesa Hamblina w połowie lat 50. XX wieku, mająca szerokie zastosowania w informatyce. Notacja polska jest stosowana m.in. w niektórych językach programowania (np. Forth), w języku opisu stron PostScript. Stosowana jest również w kalkulatorach elektronicznych,

takich firm jak Hewlett-Packard czy Sinclair. Niestety nie wyprodukowano w Polsce kalkulatora z polską notacją.

### Początki kryptografii komputerowej

Człowiek szyfrował, czyli utajniał treści przesyłanych wiadomości, od kiedy zaczął je przekazywać innym osobom. Największym polem dla szyfrowania były zawsze wiadomości mające związek z obronnością i bezpieczeństwem, a także z prowadzonymi działaniami bojowymi. Wielokrotnie w historii ludzkości szyfrowanie i łamanie szyfrów miało istotny wpływ na bieg wydarzeń. Najbardziej spektakularnym przykładem jest chyba historia rozpracowania niemieckiej maszyny szyfrującej **Enigma** (łac. *zagadka*), dzięki czemu – jak utrzymują historycy – II wojna światowa trwała 2-3 lata krócej. Dużą w tym rolę odegrali polscy matematycy: Marian Rejewski, Jerzy Różycki i Henryk Zygalski, patrz [1], [6], [9]. Jednym z rezultatów ich prac była Polska Bomba, urządzenie, które służyło dopasowywania kluczy do szyfrogramów. Anglicy i Amerykanie posłużyli się ich pomysłem w czasie wojny i budowali wielokrotnie większe i efektywniejsze takie bomby, a Anglicy w roku 1943 uruchomili specjalny komputer **Colossus** do łamania szyfrów, który faktycznie był pierwszym komputerem elektronicznym zbudowanym przez człowieka. Można uznać Polskich kryptoanalityków za prekursorów kryptografii komputerowej.

Wcześniej, polscy matematycy Stanisław Leśniewski, Waław Sierpiński i Stefan Mazurkiewicz złamali sowieckie szyfry w roku 1920 we Lwowie, podczas wojny polsko-radzieckiej. Dzięki temu wiadomo było, co zamierza zrobić Siemion Budionny ze swoimi wojskami. Marian Rejewski uczestniczył w kursach kryptograficznych prowadzonych przez Leśniewskiego.

## 9. Epilog – rzut oka na historię i przyszłość komputerów

Nurt rozwoju kalkulatorów mechanicznych wniósł niewielki, aczkolwiek istotny wkład w rozwój dzisiejszych komputerów i informatyki. Wymieńmy na zakończenie wydarzenia w historii informatyki o przełomowym znaczeniu dla rozwoju idei, które złożyły się na powstanie współczesnego komputera (polecamy tutaj [5] i [7]).

- Projekt **maszyny analitycznej Charlesa Babbage’a** (1834) z **pierwszym programem** napisanym dla tej maszyny przez **Adę** córkę Bayrona (1843), uznaną za pierwszą programistkę. Chociaż ta maszyna nie powstała w pełni, to uznaje się ją za pierwowzór współczesnych komputerów. Pomysłu Babbage’a nie wszyscy jednak wynalazcy po nim zauważyli i docenili, a architekturę współczesnych komputerów przypisuje się najczęściej Johnowi von Neumannowi.

- **Mechanograficzny system tabulacyjny Hermana Holleritha**, dzięki któremu było możliwe zliczanie wyników spisów powszechnych w USA i w innych krajach (m.in. w Rosji) od końca XIX wieku. Zapoczątkowana została w ten sposób automatyzacja przetwarzania dużych ilości danych. Specjalizowała się w tym na początku swojego istnienia firma **IBM**, wyrosła w roku 1924 na firmach tworzonych przez Holleritha.
- **Praca magisterska Claude E. Shannona** (1938), uznawana za najdonioślejszą pracę magisterską XX wieku, dotycząca wykorzystania **algebry Boole’a** do analizy i syntezy układów przełączających i binarnych.
- **Komputery Konrada Zuse**, z wykształcenia inżyniera budownictwa, który w czasach kryzysu materiałowego podczas II wojny światowej i tuż po niej, stosował w swoich komputerach (Z4) mechaniczny bit! Jego konstrukcje komputerów, a zwłaszcza idee i pomysły (języka programowania – 1946, komputera równoległego – 1958, gridu – 1970) wyprzedziły o wiele lat podobne wynalazki i ich realizacje, zasłużenie więc uważa się go za ojca współczesnych komputerów.
- Fundamentalne dla teorii obliczalności prace **Alana Turinga** (1936), a także jego wkład do badań nad sztuczną inteligencją ery komputerowej (Test Turinga, 1950), więcej na te temat można przeczytać w rozdziale Jarosława Grytczuka, polecamy też [2].
- Pierwsze komputery elektroniczne – komputer **ABC** Johna Atanasoffa (1942), komputery **Colossus**, budowane w Wielkiej Brytanii od roku 1943 na potrzeby kryptologów i rozmontowane na polecenie Winstona Churchilla bezpośrednio po zakończeniu wojny, **ENIAC** – ukończony w roku 1946 i inne, jak EDSAC (1949), ACE (Wielka Brytania, 1950), Harvard MARK III (1950), SEAC (1950), EDVAC (1951), IBM 701 (1953). Pod koniec lat 40. XX, Thomas J. Watson Jr., szef firmy IBM, miał podobno wątpić, by ludzkość potrzebowała kiedykolwiek więcej niż 5 dużych komputerów!
- Fundamentalne dla ery elektronicznej wynalazki:  **tranzystor** (John Bardeen, Walter H. Brattain, William B. Shockley – 1948; Nagroda Nobla dla wynalazców w 1952 roku) i **układ scalony – chip** (Jack S.C. Kilby, Robert Noyce – 1958; Nagroda Nobla dla Kilby’ego w 2000 roku).
- Rozwój **Internetu** – ARPANET (1969), poczta elektroniczna (1972), protokół TCP/IP (1983), serwis WWW (1991).

Wszystkie te wynalazki i dokonania wywarły wpływ na współczesny stan informatyki. Teoretyczne podstawy budowy komputerów (Boole i Shannon) i teoretyczne podstawy obliczalności (Turing) stworzyły solidną bazę dla rozwoju tej dziedziny. Z kolei odkrycia i innowacje w elektronice (tranzystor, chip) doprowadziły do miniaturyzacji komputerów, co spowodowało jednocześnie znaczne ich przyspieszenie i zwiększenie możliwości. Mikroprocesor jest sercem komputerów osobistych, jak i – zwielokrotniony – superkomputerów.

A jaka będzie przyszłość?

Technologia komputerowa rozwija się nieustannie i w olbrzymim tempie. Pojawiają się nowe idee i gadżety, które powoli zmieniają nasze życie niemal we wszystkich sferach. Jest to jednak tylko ewolucja, której efekty można przewidywać, a która nie burzy i nie rewolucjonizuje zachowania jednostki i stosunków społecznych, odsyłając do lamusa dotychczasowe rozwiązania, uznawane za tradycyjne.

Można sobie jednak wyobrazić, że technologia będzie coraz bardziej integrować się nie tylko z tradycyjnymi czynnościami człowieka na zasadzie ich wspierania, ale że w pewnym momencie całkowicie przejmie wykonywanie wybranych czynności. Znane już są tego przykłady, np. protezy uruchamiane impulsami z mózgu, często odruchowo, bez angażowania działań z pełną świadomością. Można sobie wyobrazić, że tak się może stać z czytaniem – odpowiedni chip, zainstalowany w kąciuku oka będzie odbierał sygnały („czytał” je) przychodzące do oka i przekazywał bezpośrednio do mózgu. Te sygnały mogą pochodzić nie tylko z ekranu przed naszymi oczyma, czy z otwartej książki, ale mogą być wysyłane bezpośrednio do chipa z globalnej biblioteki światowych zasobów informacji. Na przeszkodzie temu dopełnianiu mózgu informacjami może stanąć jednak natura człowiek – Stanisław Lem powoływał się na badania, które uzasadniały, że obecnie człowiek wcale więcej nie absorbuje informacji, niż robił to na przykład w starożytności. Ale przecież ten chip może mieć podręczną pamięć, która będzie zapełniana na wszelki wypadek i szybko dostępna dla jego właściciela, nawet nieświadomie, w reakcji na impuls z mózgu. Podobny los może spotkać inne czynności człowieka, odruchy bezwarunkowe i warunkowe, a także te z pogranicza myślenia i świadomości.

## Literatura

1. Grajek M., *ENIGMA. Bliżej prawdy*, Rebis, Poznań 2007
2. Hodges A., *Enigma. Życie i śmierć Alana Turinga*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2002 (1983 oryginalne wydanie), <http://www.turing.org.uk/>
3. Ifrah G., *Dzieje liczby, czyli historia wielkiego wynalazku*, Ossolineum, Wrocław 1990
4. Ifrah G., *Historia powszechna cyfr*, tomy I i II, W.A.B., Warszawa 2006
5. Kaufmann H., *Dzieje komputerów*, PWN, Warszawa 1980
6. Kozaczuk W., *W kręgu Enigmy*, Książka i Wiedza, Warszawa 1986
7. Lingonnière R., *Prehistoria i historia komputerów*, Ossolineum, Wrocław 1992
8. Madey J., Sysło M.M., *Początki informatyki w Polsce*, „Informatyka” 2000, nr 9 i 10, <http://www.mmsyslo.pl/Historia/Artykuly-i-prezentacje/Artykuly-maszyny/>
9. Singh S., *Księga szyfrów*, Albatros, Warszawa 2001
10. Sysło M.M., *Piramidy, szyszki i inne konstrukcje algorytmiczne*, WSiP, Warszawa 1998, dostępna pod adresem: <http://www.mmsyslo.pl/Materialy/Ksiazki-i-podreczniki/Ksiazki>



11. Sysło M.M., *Historia rachowania – ludzie, idee, maszyny. Historia komputerów i informatyki w zarysie, Plansze*, WSiP, Warszawa 2006, <http://www.mmsyslo.pl/Historia/Plansze-z-historii-informatyki>
12. Zalewski J. (Opiekun projektu), Polish Contributions to Computing, <http://chc60.fgc.edu/>



## **P**rof. dr hab. Maciej M. Sysło

na studia matematyczne trafił do Uniwersytetu Wrocławskiego, gdy instalowano tam jedną z trzech pierwszych w Polsce maszyn matematycznych seryjnej produkcji, angielską maszynę Elliott 803. Obok w Elwro powstawały polskie komputery i też obok – odbywały się pierwsze zajęcia z informatyki w szkołach. Wtedy jeszcze, komputer nie nazywał się komputerem, a informatyka – informatyką.

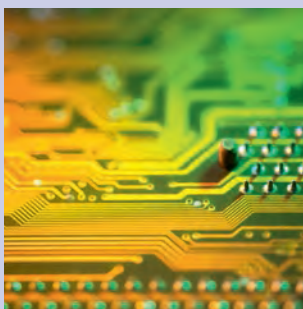
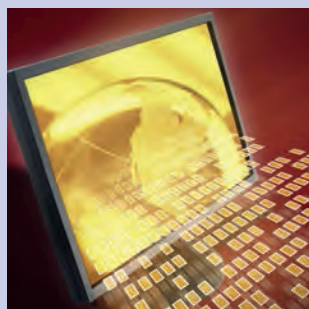
Był obserwatorem, a później uczestnikiem niemal całej historii informatyki w Polsce. Poza krajem, miał szczęście spotkać na swojej drodze wiele osobistości ze świata początków komputerów, jak Billa Tutte'a – współpracownika Alana Turinga z Bletchley Park, gdzie w czasie wojny wspólnie łamali niemieckie szyfrogramy, czy George'a Danziga – twórcę metody simpleks, uznawanej dzisiaj za najważniejszy algorytm w erze obliczeń komputerowych. Tak zrodziły się zainteresowania historią myśli ludzkiej, historią odkryć, historią informatyki.

W pierwszym polskim podręczniku do informatyki z roku 1988, napisał rozdział o historii informatyki, jako tło dla rozważań informatycznych początków ery komputerów osobistych. Z czasem zaczął interesować się wczesnymi konstrukcjami maszyn do rachowania i rozpoczął ich zbieranie. Obecnie jego kolekcja liczy kilkaset sztuk różnych urządzeń. Kolekcjonuje również maszyny do pisania. Zaprojektował plansze historyczne pt. *Historia komputerów: ludzie, idee, maszyny*, organizuje wystawy swoich maszyn, opowiada o historii maszyn i informatyki na spotkaniach w szkołach, uczelniach i dla zainteresowanych osób.

syslo@ii.uni.wroc.pl, syslo@mat.uni.torun.pl  
<http://mmsyslo.pl/>

- Addiator 282
- al-Chorezmi 270, 275
- alfabet Morse'a 269, 295-296, 299-301
- alfabetyzacja komputerowa 211-212
- algebra relacji 133
- algorytm 275
- algorytm Dijkstry 86-88
- algorytm Euklidesa 102-103, 274-275, 297
- algorytm wielomianowy 104
- architektura usługowa SOA 158-159
- arytmometr 285
- baza danych 118
- baza danych, dokumentowa 142
- baza danych, grafowa 143
- baza danych, hierarchiczna 119
- baza danych, klucz-wartość 141
- baza danych, obiektowa 121
- baza danych, relacyjna 123
- baza danych, sieciowa 119
- baza danych, strumieniowa 140
- baza wiedzy 13
- baza danych NOSQL 123, 141
- bęben schodkowy 285
- biegłość komputerowa 212
- BNF 61
- Brunsviga 287
- BYOD 223
- chmura edukacyjna 220, 227
- Curta 286
- człowiek Turinga 201
- Dijkstra Edsger 64, 68, 86
- dowód nie wprost 16
- edukacja 199
- edukacja informatyczna 202, 245
- EDVAC 51, 268, 305
- e-książka 225
- elektroniczna gospodarka 149
- elektroniczny biznes 149-150
- elektroniczny handel 150
- elektroniczny rekord pacjenta 169, 191
- ENIAC 51, 268, 305
- epoka Gutenberga 199+200
- era obrazu 200
- e-szkoła 219-220
- faktoryzacja 105-106
- Felix 288
- Fibonacci 270
- font 301
- GNU/Linux 66
- Gödel Kurt 11, 111-112
- gramatyka 47, 62
- haszowanie 78, 136
- hipoteza Poincarégo 109
- historia informatyki 200, 268
- implikacja 10
- informacja elektroniczna 150
- informatyka 204
- instrukcja 59
- inżynieria biomedyczna 171
- język Algol 60
- język BNF 62
- język COBOL 64
- język Datalog 31
- język deklaratywny 25
- język Fortran 59
- język funkcyjny 11, 25, 72
- język imperatywny 11
- język maszynowy 49
- język mnemoniczny 52
- język obiektowy 72
- język Pascal 46
- język Plankalkül 53
- język pomocniczy 73
- język powłoki 72
- język programowania 39, 65, 73-74
- język Prolog 28
- język przetwarzania danych 72
- język regułowy 27, 36
- język skryptowy 72
- język SQL 31, 72, 120-121
- język zapytań 26, 31, 121
- kalkulator mechaniczny 277
- kariera w ICT 231
- klasa problemów NP 107
- klasa problemów P 104
- klasyczny rachunek zdań 14
- klauzula 17, 61
- klucz 125
- kod Huffmana 300
- koło zębate 287
- kompetencje XXI wieku 217
- kompresja 299
- komputyka (computing) 205
- komunikacja elektroniczna 152
- kopiec Fibonacciego 88, 92
- kształcenie informatyczne 202, 245

kubelki 78, 89  
 kwadratura koła 105-106  
 Leibniz, Gottfried 105, 267-268, 285  
 leksyka 47  
 liczba 41-43, 269-271  
 liczba pierwsza 104  
 liczba Mersenne'a 106  
 liczydło 272  
 liczydło, abak 271-172  
 liczydło, schoty 272  
 liczydło, soroban 272  
 liczydło, suan-pan 272  
 lista 30  
 logarytm 290, 296-297, 302  
 logika 10  
 Łukasiewicz Jan 303  
 maszyna do pisania 294  
 maszyna Schickarda 278  
 maszyna Turinga 112  
 McLuhan Marshall 199  
 mechanizm licznikowy 280  
 metoda resolucji 19  
 metoda wstępująca 32  
 Minsky Martin 40  
 mobilna edukacja 218  
 model 11  
 model zmian w edukacji 207  
 Morse Samuel F.B. 295  
 myślenie algorytmiczne 220  
 myślenie komputacyjne 212  
 największy wspólny dzielnik (NWD) 102, 297-299  
 Napier John 8, 267, 273, 278, 290  
 nauczanie programowane 202  
 NP-zupełność 110  
 odwrotna notacja polska (ONP) 303  
 odwrócona klasa 224  
 optymalizator 134  
 organizacja wirtualna 155-157  
 outreach 211  
 pałeczki Napiera 273-274, 278  
 Pascal, Blaise 267, 280  
 Pascalina 290  
 pętla 67, 70  
 platforma edukacyjna 219  
 problem, czy  $P = NP$ ? 115  
 problem NP-zupełny 110  
 problem SAT 108  
 problem stopu 113  
 Problem Milenijny 108  
 program 49  
 program powłoki (shell) 65  
 programowanie strukturalne 68  
 programowanie w logice 24  
 przetwarzanie w chmurze 159, 259  
 QWERTY 300  
 reguła 10, 18  
 rekursja 28  
 rozkaz 59  
 rozkaz skoku (goto) 66, 68-70  
 rynek pracy ICT 256  
 semantyka 14, 47  
 sortowanie kubełkowe 78  
 spełnialność (SAT) 17  
 spójność bazy danych 130  
 strategia 1:1 220-222  
 sudoku 96  
 sumator 281  
 suwak logarytmiczny 291  
 system operacyjny 65  
 system OSZBD 118  
 system SZBD 120  
 tabela 123  
 tablica logiczna 14  
 tautologia 15  
 technologia 199  
 technologie ICT 233  
 technologia informacyjno-komunikacyjna (TIK) 205  
 technopol 201  
 telegraf 293-295  
 telemedycyna 172, 189  
 telepraca 150  
 tomograf 174-175  
 transakcja 130  
 Turing Alan 11, 112-114, 268, 305  
 Unix 65  
 von Neumann John (Janos) 11, 51, 54, 114  
 Wirth Niklaus 24, 37, 46, 74  
 wykluczenie informacyjne 228  
 wyszukiwanie AND 23  
 wyszukiwanie OR 24  
 zakleszczenie 131  
 zawód informatyk 252  
 Zuse Konrad 53-54, 268, 305



## Człowiek - najlepsza inwestycja

Warszawska Wyższa  
Szkoła Informatyki  
ul. Lewartowskiego 17  
00-169 Warszawa  
[www.wysi.edu.pl](http://www.wysi.edu.pl)

ISBN 978-83-921270-6-2



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



WARSZAWSKA  
WYŻSZA SZKOŁA  
INFORMATYKI

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

